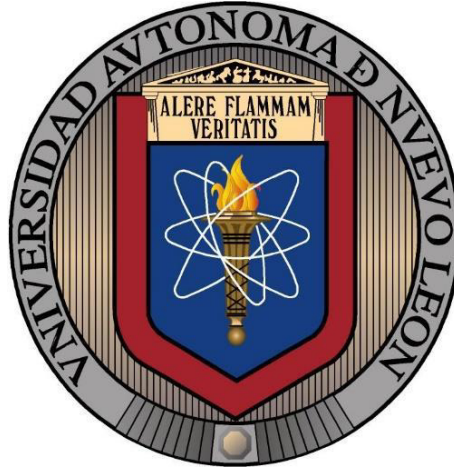


**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**



TESIS

**FUNCIONES DE AHUSAMIENTO - VOLUMEN PARA *Pinus patula*
Schl. et Cham. EN LA REGIÓN CHIGNAHUAPAN – ZACATLÁN,
PUEBLA**

**Por
Ing. Angelina Bautista Cruz**

**Como requisito parcial para obtener el grado de
MAESTRÍA EN CIENCIAS FORESTALES**

Julio, 2016

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
SUBDIRECCIÓN DE POSGRADO**



**FUNCIONES DE AHUSAMIENTO - VOLUMEN PARA *Pinus patula*
Schl. et Cham. EN LA REGIÓN CHIGNAHUAPAN – ZACATLÁN,
PUEBLA**

POR

ING. ANGELINA BAUTISTA CRUZ

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS FORESTALES**

JULIO, 2016

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
SUBDIRECCIÓN DE POSGRADO

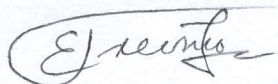
**FUNCIONES DE AHUSAMIENTO - VOLUMEN PARA *Pinus patula* Schl. et
Cham. EN LA REGIÓN CHIGNAHUAPAN – ZACATLÁN, PUEBLA**

TESIS DE MAESTRÍA
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIA FORESTALES

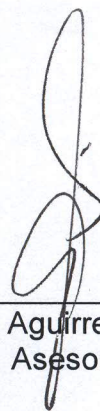
Presenta:

Ing. Angelina Bautista Cruz

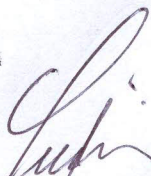
Comité de tesis



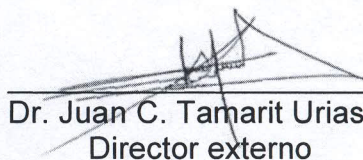
Dr. Eduardo J. Treviño Garza
Director



Dr. Oscar A. Aguirre Calderón
Asesor



Dr. Javier Jiménez Pérez
Asesor



Dr. Juan C. Tamarit Urias
Director externo

Julio, 2016

AGRADECIMIENTOS

A Dios por concederme una vida de felicidad, salud, fuerza, sabiduría y decisión para seguir a delante mostrándome que todos los obstáculos se pueden vencer.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por aportar apoyo económico para la realización de mis estudios de Maestría.

A la Facultad de Ciencias Forestales (FCF) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) por aceptarme como estudiante del Programa de Posgrado, y a todos los profesores e investigadores de la misma por los conocimientos compartidos en esta etapa de aprendizaje.

Al Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP), Campo Experimental San Martinito, Puebla.

Al Dr. Juan Carlos Tamarit Urias por su valioso tiempo, apoyo en la realización del trabajo de tesis y quien además de realizar una revisión exhaustiva de este trabajo para una mejora.

Al Dr. Eduardo Javier Treviño Garza por aceptar dirigir este trabajo de tesis y asesoría durante la integración del documento.

Al Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón y Dr. Javier Jiménez Pérez por formar parte del comité de tesis de la Maestría y orientación para la realización del trabajo de investigación.

A los compañeros de maestría y en especial a Ricardo Telles, Ángel Alfredo Colazo, Sergio Rosales, Antonio Vega, Eleney Viveros y Astrid Mata por su amistad y apoyo durante el proceso académico.

Al personal administrativo y con especial agradecimiento a Nubia Ramos y Yesenia Sánchez por su amable atención y disponibilidad en los trámites administrativos.

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a mi esposo Rigoberto González Cubas, por su valioso apoyo en la realización de la tesis y por las palabras de aliento en momentos en los que siento que decaigo.

A mis padres Celedonio Bautista Cisneros[†] y Agustina Cruz como una muestra de mi profundo amor, admiración, gratitud y respeto, por sus sabios consejos y por hacer de mi lo que hoy soy.

A mis hermanos Daniel, Alejandrina, Alicia, Jorge y Miguel, y a mis sobrinos que todos los días son fuente de alegría e inspiración para seguir adelante.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	iii
ÍNDICE DE CUADROS	iv
RESUMEN.....	v
ABSTRACT	vi
CAPÍTULO I	1
1. INTRODUCCIÓN GENERAL	1
1.1 ANTECEDENTES	2
1.1.1 Modelos	2
1.1.2 Modelos de volumen.....	3
1.1.3 Modelos de ahusamiento	4
1.1.4 Características de un modelo fustal	4
1.1.5 Modelos de ahusamiento utilizados	5
1.1.6 Modelos de ahusamiento de tipo segmentado.....	6
1.1.7 Compatibilidad de funciones de ahusamiento-volumen.....	7
1.1.8 Métodos de ajuste	7
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	8
1.3 Características del área de estudio	10
1.4 Aspectos biofísicos y ambientales	11
1.4.1 Hidrología	11
1.4.2 Clima	11
1.4.3 Edafología	12
1.4.4 Fisiografía.....	14
1.4.5 Tipo de vegetación.....	14
1.5 Descripción de la especie	14
1.6 HIPÓTESIS.....	16
1.7 OBJETIVOS	16
1.7.1 Objetivo general	16
1.7.2 Objetivos específicos.....	16
1.8 BIBLIOGRAFÍA	17
CAPÍTULO II	21
2. MODELACIÓN DEL PERFIL FUSTAL PARA ÁRBOLES DE <i>Pinus patula</i> USANDO FUNCIONES DE AHUSAMIENTO DE TIPO SEGMENTADO	21

2.1 RESUMEN	21
2.2 ABSTRACT.....	22
2.3 INTRODUCCIÓN.....	23
2.4 MATERIALES Y MÉTODOS.....	24
2.4.1 Tamaño de la muestra.....	24
2.4.2 Modelos de ahusamiento evaluados.....	26
2.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	29
2.6 CONCLUSIONES.....	33
2.7 BIBLIOGRAFÍA	34
CAPÍTULO III	36
3. SISTEMA DE CUBICACIÓN PARA ÁRBOLES INDIVIDUALES DE <i>Pinus patula</i> Schl. et Cham. DE LA REGIÓN CHIGNAHUAPAN – ZACATLÁN, PUEBLA A PARTIR DE UN MODELO DE AHUSAMIENTO.....	36
3.1 RESUMEN	36
3.2 ABSTRACT.....	36
3.3 INTRODUCCIÓN.....	37
3.4 MATERIALES Y MÉTODOS.....	38
3.4.1 Tamaño de muestra y técnicas de ajuste probadas	39
3.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	41
3.6 CONCLUSIONES.....	47
3.7 BIBLIOGRAFÍA	47
CAPITULO IV	49
4. CONCLUSIONES GENERALES.....	49
4.1 Modelación del perfil fustal para árboles de <i>Pinus patula</i> usando funciones de ahusamiento de tipo segmentado	49
4.2 Sistema de cubicación para árboles individuales de <i>Pinus patula</i> schl. et cham. de la región Chignahuapan – Zacatlán, Puebla a partir de un modelo de ahusamiento	49

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Localización del área de estudio.....	10
Figura 2. Representación gráfica de la toma de datos de los arboles muestra para las diferentes secciones y ramas de un árbol.....	25
Figura 3. Comportamiento del diámetro y el volumen acumulado con respecto a la altura de los arboles muestreados.....	26
Figura 4. Gráfica de residuales vs los valores predichos de diámetro del fuste (d) para los modelos a) Fang et al. (2000) y b) Max y Burkhart (1967).....	32
Figura 5: Comportamiento de residuales del ahusamiento contra predichos (a y c) y contra HM (b y d) al realizar el ajuste por NLS y por MEM respectivamente.....	45

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Estadísticos descriptivos de las variables medidas en la muestra de árboles trabajada.....	26
Cuadro 2. Modelos de ahusamiento de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal <i>P. patula</i>	27
Cuadro 3. Valores y significancia estadística de los coeficientes de los modelos ajustados para describir el perfil diamétrico de <i>P. patula</i>	30
Cuadro 4. Estadísticas de bondad de ajuste de los seis modelos evaluados para describir el perfil diamétrico de <i>P. patula</i>	31
Cuadro 5. Parámetros y estadísticos del sistema compatible ahusamiento y volumen comercial para <i>P. patula</i> al ajustarlo simultáneamente usando NLS.....	42
Cuadro 6. Cuadro 6. Estadísticos del ajuste simultáneo del sistema y prueba de razón de verosimilitud al efectuarlo por NLS y por la técnica de MEM.....	42
Cuadro 7. Valores de los parámetros fijos y estadísticos de ajuste del sistema corregido por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-C).....	44
Cuadro 8. Parámetros aleatorios estimados del ajuste del modelo (MEM-C).....	46

RESUMEN

FUNCIONES DE AHUSAMIENTO - VOLUMEN PARA *Pinus patula* Schl. et Cham. EN LA REGIÓN CHIGNAHUAPAN – ZACATLÁN, PUEBLA

Con el objetivo de generar un sistema de cubicación a nivel de árbol individual para *Pinus patula* Schl. et Cham. a partir de modelos de ahusamiento de tipo segmentado, en bosques bajo manejo de la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla, se 96 árboles en la que se midieron variables relativas a estudios de modelación del perfil fustal y ahusamiento. La cubicación de las trozas se realizó usando la fórmula de Smalian y para la punta del árbol se utilizó la fórmula del cono. Se ajustaron estadísticamente seis sistemas compatibles de ahusamiento-volumen. En base a estadísticos de bondad de ajuste y análisis gráfico de residuales se determinó que el mejor modelo que describe el perfil fue el de Fang *et al.* (2000). Este modelo posteriormente se ajustó en forma simultánea con su respectiva función de volumen comercial utilizando la técnica de modelo de efectos mixtos, lo que mejoró la estimación de los parámetros y la precisión de las predicciones. El sistema modela el perfil fustal y estima el volumen comercial y total, así como la altura comercial a cualquier diámetro mínimo en punta del fuste y viceversa, lo que permite realizar una distribución del volumen maderable por tipo de productos.

Palabras clave: ahusamiento, modelos segmentados, perfil fustal, *Pinus patula*, sistema compatible.

ABSTRACT

TAPER FUNCTIONS - VOLUME FOR *Pinus patula* Schl. et Cham. IN THE REGION CHIGNAHUAPAN - ZACATLÁN, PUEBLA

With the aim of generating a cubing system at the individual tree *Pinus patula* Schl. et Cham. from models segmented taper type in forests under management region - Zacatlán Chignahuapan, Puebla, are 96 trees in which variables were measured on modeling studies fustal profile and taper. The cubic volume of logs was performed using the formula Smalian and to the top of the tree cone formula was used. Tapering six - compatible systems are statistically adjusted volume. Tapering six compatible systems are statistically adjusted volume. Based on statistical goodness of fit and graphical analysis of residuals was determined that the best model describing the profile was that of Fang *et al.* (2000). This model is subsequently adjusted simultaneously with their respective trade volume function using the technique of mixed effects model, which improved the estimation of the parameters and the accuracy of predictions. The system models the fustal profile and estimates the total volume commercial and commercial height to any minimum tip diameter of the shaft and vice versa, which allows a distribution of timber volume by product type.

Key words: taper, segmented models, fustal profile, *Pinus patula*, compatible system.

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN GENERAL

Conocer el volumen maderable de las especies con importancia comercial es un elemento indispensable de todo estudio de manejo forestal, mediante mediciones en sitios de muestreo para inventario de variables tales como el diámetro normal y la altura total de árboles individuales se puede estimar el volumen de un rodal y conocer las existencias volumétricas actuales de un determinado bosque.

A pesar de que se han realizado una serie de estudios encaminadas a generar nuevas técnicas para lograr un manejo óptimo de los recursos forestales, como son los modelos de volumen, además de los de crecimiento y rendimiento (García, 1995), en México aún no son suficientes, por lo que se tiene la necesidad de continuar con el desarrollo de este tipo de herramientas, las cuales se han estudiado principalmente en las especies arbóreas de bosques templados, como son principalmente las coníferas.

Derivado de lo anterior la estimación precisa del volumen maderable de un árbol individual es un aspecto fundamental y relevante de la dendrometría de alta utilidad y aplicación para la realización de inventarios forestales. La dificultad en la determinación del volumen referido a través de la cubicación de secciones, hace conveniente contar con modelos matemáticos que, basados en una muestra permitan estimar el volumen de los individuos a través de mediciones simples como son el diámetro a la altura del pecho (dap, en cm) y la altura total (h, en m) (Crechi *et al.*, 2006).

Sin embargo, además del volumen total es importante conocer el volumen comercial por tipo de producto, para tal propósito, se recurre a funciones de ahusamiento que describan con precisión el perfil diamétrico del fuste y faciliten el cálculo de la distribución de productos a cualquier límite en diámetro o altura comercial (Diéguez *et al.*, 2009). Un modelo de ese tipo debe estimar la altura

sobre el fuste a un determinado diámetro mínimo o viceversa y con ello el volumen respectivo.

El manejo de la mayoría de las masas naturales de *Pinus patula* en México se hace utilizando un mínimo de herramientas silvícolas, las cuales muchas veces son inadecuadas para estimar el rendimiento esperado, ya que en el mejor de los casos se utilizan modelos desarrollados para otras áreas geográficas, por lo que se hace necesaria la generación de modelos específicos, actuales, modernos y precisos para cada área y región, y así evitar que se sobreestimen o subestimen las existencias reales del volumen maderable en el bosque, situación que altera los planes anuales de corta y en general la buena planeación de aprovechamiento del recurso maderable. En estudios recientes de biometría y modelación forestal se ha considerado que el enfoque de cobertura regional a nivel de Unidad de manejo Forestal (UMAFOR) es el apropiado.

Por lo anterior y con el propósito de contribuir a mejorar el manejo técnico de bosques naturales de *Pinus patula* en la UMAFOR 2108 que corresponde a la región de Chignahuapan-Zacatlán en el estado de Puebla, en el presente trabajo se planteó el objetivo de generar para esta especie un sistema de cubicación a nivel de árbol individual que sea compatible entre el modelo de ahusamiento con su respectiva función de volumen comercial que permita estimar el volumen total y comercial por tipo de producto.

1.1 ANTECEDENTES

1.1.1 Modelos

Los modelos matemáticos son una de las herramientas analíticas más utilizadas para la generación de conocimientos en el área de crecimiento y producción de masas forestales, ya que a través de fórmulas matemáticas se representan los procesos biológicos que ocurren a nivel de árbol individual o del rodal completo (Aleman, 2001).

1.1.2 Modelos de volumen

Los modelos o funciones de volumen y sus expresiones tabuladas son una de las principales herramientas para determinar, de manera confiable, las existencias maderables reales y realizar un manejo sostenible; así como para la gestión forestal, la comercialización de productos leñosos y la investigación (Muñoz *et al.*, 2003; Velasco *et al.*, 2006; Rondeux, 2010).

La estimación del volumen de los árboles, es un componente importante para conocer la producción presente en el rodal en términos maderables. Las ecuaciones de volumen que se derivan de modelos de volumen son expresiones que permiten calcular el volumen en función de las dimensiones del árbol fáciles de medir, como el diámetro normal y la altura total. Estos modelos son ajustados con técnicas de regresión contando con un conjunto de datos observados en campo con las variables apropiadas de cada árbol incluido en una muestra representativa de la población.

El volumen de un árbol se puede determinar mediante cálculos basados en los datos de diámetro y altura del mismo, así como el empleo de algún factor de forma, se puede determinar en árboles derribados y también es posible hacer el cálculo del volumen para árboles en pie, donde se recurre a medir alturas parciales y de diámetros en los puntos que se seleccionan como divisiones entre troza y troza (Romanh *et al.*, 1994).

La manera más práctica de obtener el volumen de una troza o sección, es utilizando las fórmulas propuestas por Huber (1828), Smalian (1837) y Newton (Introducida a la medición forestal por Riecke en 1849), por ser más eficientes y rápidas, que usar expresiones de cuerpos geométricos correspondientes, donde la obtención del volumen resulta ser muy laboriosa. De esta manera, conocidos los volúmenes individuales de cada árbol, así como sus correspondientes mediciones en diámetro normal y altura total, es posible obtener modelos de volumen que estimen el volumen total fustal, que pueden adoptar la forma de tablas de volumen.

1.1.3 Modelos de ahusamiento

El ahusamiento se define como la disminución gradual en diámetro que experimenta un árbol desde su base hasta la punta, también se entiende como el coeficiente de estrechamiento del diámetro con el incremento en altura; para su estudio se recurre precisamente a modelos de ahusamiento, los cuales se basan en el supuesto de que la forma del árbol varía continuamente a lo largo de la longitud y es monótonicamente decreciente a medida que la distancia del tocón a la punta comercial se aproxima a la altura total (Lee *et al.*, 2000).

Los modelos de ahusamiento estiman en forma directa el diámetro a cualquier altura o la altura a cualquier diámetro, junto con su respectiva expresión de volumen comercial conforman un sistema de cubicación de utilidad para estimar el volumen fustal hasta cualquier diámetro mínimo deseado en punta del fuste, por lo que brindan información para estimar la porción de volumen comercial de ciertas características o dimensiones del arbolado de interés industrial. Son consideradas la forma más flexible y precisa de obtener el volumen de un árbol (Clutter *et al.*, 1983; Torres *et al.*, 1993).

1.1.4 Características de un modelo fustal

Un modelo de ahusamiento se considera adecuado cuando cumple con las siguientes exigencias:

Debe ser lo suficientemente flexible para adaptarse a los cambios de forma del perfil fustal. Al menos debe pasar por dos puntos de inflexión típicos de cualquier árbol: el cambio de forma basal desde un neiloide producto de su sistema radicular al cilindro o paraboloides central cuando se trata de árboles adultos, o bien, al cono cuando está en etapa juvenil y el cambio desde un paraboloides central al cono terminal, en la sección superior de árboles adultos, cuando se trata de formas excurrentes. Para árboles delicuescentes es usual fijar el diámetro límite de aprovechamiento, por lo cual se desecha la predicción en la copa fustal.

Debe ser insesgado en todo el perfil fustal. Tal vez sea ésta la condición más restrictiva de los modelos reportados. Especial connotación tiene ésta característica cuando se está estimando un conjunto de productos simultáneamente, para ello es indispensable que la predicción de todos los productos sea insesgada.

Debe resolver la estimación del diámetro normal y la altura total igualando la solución en esos puntos con los datos medidos en el árbol a predecir. Si se utiliza algún diámetro superior como predictor del ahusamiento también debe cumplir la misma condición.

Rentería (1995) y Torres y Magaña (2001) clasifican los modelos de ahusamiento en dos grupos:

1. Aquellos que describen los cambios en diámetro desde el nivel del suelo hasta la punta del árbol mediante funciones simples. Tales funciones tienen la ventaja de que son fáciles de ajustar, usualmente fáciles de integrar para calcular el volumen, y fáciles de reordenar para el cálculo de la altura comercial.
2. Aquellos que usan diferentes funciones para distintas partes del fuste y se unen de forma que sus primeras derivadas son igual al punto de intersección; estos modelos son llamados comúnmente modelos segmentados. Su ventaja es que predicen diámetros con menos sesgo que las funciones simples en la mayor parte del fuste.

1.1.5 Modelos de ahusamiento utilizados

Kozak (1988) introdujo los modelos de exponente variable, que asumen que la forma del tronco varía continuamente a lo largo de su altura y describen el perfil mediante una única ecuación en la que el exponente varía desde la base hasta el ápice, eliminando así la necesidad de desarrollar funciones para diferentes partes del tronco.

Para realizar una descripción más adecuada del perfil fustal de especies forestales con mayor interés comercial, se han desarrollado modelos de perfil

como el de Riemer *et al.* (1995), Bi (2000), Fang *et al.* (2000) y Kozak (2004), que han demostrado buenos resultados y una gran flexibilidad de adaptación a diferentes especies y tipos de masas (Diéguez *et al.*, 2006; Corral *et al.*, 2007). Aunque todos ellos han estimado los diámetros a diferentes alturas para distintas especies de forma satisfactoria, el modelo segmentado de Fang *et al.* (2000) y el de exponente variable de Kozak (2004) comparativamente se han comportado ligeramente mejor que el resto.

El modelo de Fang *et al.* (2000) presenta ciertas ventajas de orden práctico, ya que está compuesto por una función de perfil, una tarifa de volumen maderable y una tarifa de volumen total que son compatibles y, además, podría utilizarse con una tarifa de volumen total ya existente y seguiría siendo compatible, aunque en este caso la precisión de la función de perfil dependería obviamente de la precisión de la tarifa de volumen total utilizada.

Lynch *et al.* (1992) establecen que una vez definida una ecuación de ahusamiento es posible obtener una ecuación de volumen mediante su integración matemática, la cual pueda ser usada para obtener el volumen a cualquier segmento del fuste. Dado que ambas expresiones (ahusamiento - volumen) comparten los mismos parámetros, conforman un sistema de ecuaciones compatibles por lo que pueden ajustarse simultáneamente.

1.1.6 Modelos de ahusamiento de tipo segmentado

Los modelos de ahusamiento de tipo segmentados se componen de dos o tres expresiones que se activan o desactivan de acuerdo a la altura en la que se quiere predecir el diámetro (Cao *et al.*, 1980).

Husch *et al.* (1982), citan estas funciones y asumen que el fuste de un árbol puede dividirse en tres formas geométricas: cono, paraboloide y neiloide. Este tipo de modelos fueron introducidos por Max y Burkhart (1976) en un intento de proporcionar una mejor descripción del perfil del árbol mediante una función de ahusamiento.

Cao *et al.* (1980), señalan que estos estudios han mostrado una mejor descripción del perfil fustal que una ecuación de ahusamiento polinomial o de proporción variable. La ventaja de los modelos segmentados es la predicción de los diámetros en las diferentes porciones del fuste con menor sesgo que los encontrados al trabajar con funciones no segmentadas (Podrán *et al.*, 1997).

1.1.7 Compatibilidad de funciones de ahusamiento-volumen

La compatibilidad entre funciones de volumen y ahusamiento fue desarrollado por Demaerschalk (1972), de forma tal que las ecuaciones de ahusamiento sean también representaciones realistas de modelos de volumen total y parcial. Con la integración matemática del modelo de ahusamiento y evaluado desde la base hasta la punta del árbol resulta el volumen total, generando resultados matemáticamente consistentes (Burkhart y Tomé, 2012).

Cruz *et al.* (2008) mencionan que es posible definir un sistema compatible de ahusamiento-volumen a partir de sus variables y de su estructura geométrica; esta condición permite distribuir de forma porcentual el volumen por productos y eliminar las discrepancias existentes en la cubicación del volumen total y comercial cuando estos se ajustan de manera separada. De esta manera con la ecuación de ahusamiento, volumen comercial y altura comercial, se pueden definir volumen total, volumen comercial a un diámetro y altura dados y el diámetro a una altura de interés, lo que en conjunto conforman un sistema de cubicación para árbol individual.

1.1.8 Métodos de ajuste

Este método consiste en maximizar la probabilidad del valor de los parámetros en la función de verosimilitud. Técnicamente, el investigador formula una función de verosimilitud en una función de probabilidad tomando como función los parámetros de las variables desconocidas. Después se determina los valores máximos para la función.

Los estimadores por máxima verosimilitud tienen algunas propiedades asintóticas deseables; en particular, como condición general, los estimadores de

FIML muestran normalidad en las asíntotas y mínima varianza. Conociendo la distribución de las asíntotas y teniendo estimaciones para las desviaciones estándar hacen posible el uso de pruebas estadísticas en muestras grandes; este método considera una distribución normal de los errores (Bruce *et al.*, 2003).

Los modelos de efectos mixtos (MEM) son una técnica y una herramienta flexible para el análisis de datos agrupados con variables que se repiten en el tiempo o en la misma unidad experimental, los cuales se originan en áreas como la agricultura y la biología; estos modelos estadísticos pueden ser expresados como modelos lineales que incorporan efectos fijos y aleatorios (Cruz, 2007). A un modelo que considera tanto los efectos fijos como los aleatorios se les conoce como un MEM; son usados principalmente para describir la relación entre una variable respuesta y alguna covariables de acuerdo con uno o más factores de clasificación.

En los modelos de volumen-ahusamiento el análisis mediante MEM permite un uso más eficiente de los datos al controlar la variación aleatoria individual y desplazar los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación; además, es posible usar estimaciones de los efectos aleatorios para tener predicciones más precisas (Fang y Bailey, 2001).

Fang y Bailey (2001) desarrollaron una metodología general de construcción de modelos no lineales de efectos mixtos, donde se ilustra, bajo una estructura compleja de efectos fijos, cuales parámetros deberían ser considerados mixtos, además de como determinar la estructura apropiada de la varianza-covarianza para cada unidad experimental Cruz *et al.* (2008) desarrollaron un sistema compatible de volumen comercial y ahusamiento para estimar volumen sin corteza de *Pinus cooperi* Blanco.

1.2 JUSTIFICACIÓN

El principio del manejo y aprovechamiento de los bosques es ineludible porque las necesidades de aprovecharlos, son la base de subsistencia y desarrollo de las sociedades rurales, contribuyen parcialmente al desarrollo y crecimiento de

economías locales, regionales, nacionales e internacionales. La utilización de los bosques es el sostén material para otras actividades de desarrollo rural como la creación de infraestructura, educación y salud. El dilema de aprovechar y conservar debe revisarse cuidadosamente y este deberá realizarse a través de la elaboración de principios, criterios e indicadores del manejo sostenible.

Los árboles, además de proporcionar fustes para trocería, utilizados como materia prima en productos como aserrío, triplay, postes y pilotes, producen también ramas que pueden ser potencialmente utilizados como productos secundarios, leña o material celulósico.

Los volúmenes fustales son generalmente estimados utilizando modelos de volumen, varios de estos reportados en la literatura. Los avances en las técnicas biométricas e informáticas, han permitido el desarrollo de diversos modelos para simular el perfil fustal de los árboles, desde las más simples de ahusamiento hasta los polinomiales segmentados y los geométricos y trigonométricos. No obstante para especies de interés comercial creciendo en regiones específicas se carece de un modelo que explique adecuadamente la variación de la forma de su fuste, dado que es un factor muy inestable y sensible a muchas interacciones entre las que destaca la dinámica de crecimiento y desarrollo por efecto del manejo silvícola.

El manejo de *Pinus patula*, especie nativa de México, se ha desarrollado sin tener el suficiente conocimiento de las tasas de crecimiento y rendimientos esperados a diferentes puntos en el tiempo. A pesar de que *Pinus patula* es la especie comercial más importante de la región de Chignahuapán- Zacatlán, Puebla, México, en la actualidad no hay un modelo que describa con precisión el perfil fustal y estime el volumen de árboles individuales.

A fin de contribuir a responder efectivamente al manejo sostenible de este recurso forestal, se debe trabajar en la construcción de herramientas silvícolas, en las que destacan como básicas aquellas que permitan realizar estimaciones confiables de volúmenes comerciales y productos posibles de obtener, con el propósito de evaluar sus existencias y flujos de materia prima. Para lograr

estimaciones precisas, los planificadores forestales deben disponer de herramientas que permitan calcular de manera eficiente el volumen por unidad de superficie a partir de variables de fácil medición en el terreno.

1.3 Características del área de estudio

La Unidad de Manejo Forestal (UMAFOR) Chignahuapan-Zacatlán, Puebla identificada con la clave 2108, se encuentra ubicada en las coordenadas geográficas 20° 07' 06" y 19° 44' 18" de Latitud Norte y entre los meridianos 97° 57' 18" y 97° 38' 42" de Longitud Oeste; colinda al Norte con los municipios de Huachinango, Chiconcuautla, Tlapacoya, San Felipe Tepatlán y Hermenegildo Galeana, al Sur con el estado de Tlaxcala y el municipio de Libres, al Este colinda con los municipios de Ocoatepec, Zautla, Xochiapulco, Huitzilán de Serdán, Hueytlalpan y Olinthla, y al Oeste con el estado de Hidalgo.

La UMAFOR está integrada por trece municipios que cubren una extensión de 269,002 ha equivalentes al 8% de la superficie total del estado de Puebla, siendo éstos: Ahuacatlán, Ahuazotepec, Amixtlán, Aquixtla, Camocuautla, Coatepec, Cuautempan, Chignahuapan, Ixtacamaxtitlán, Tepango de Rodríguez, Tepetzintla, Tetela de Ocampo y Zacatlán (Figura 1).

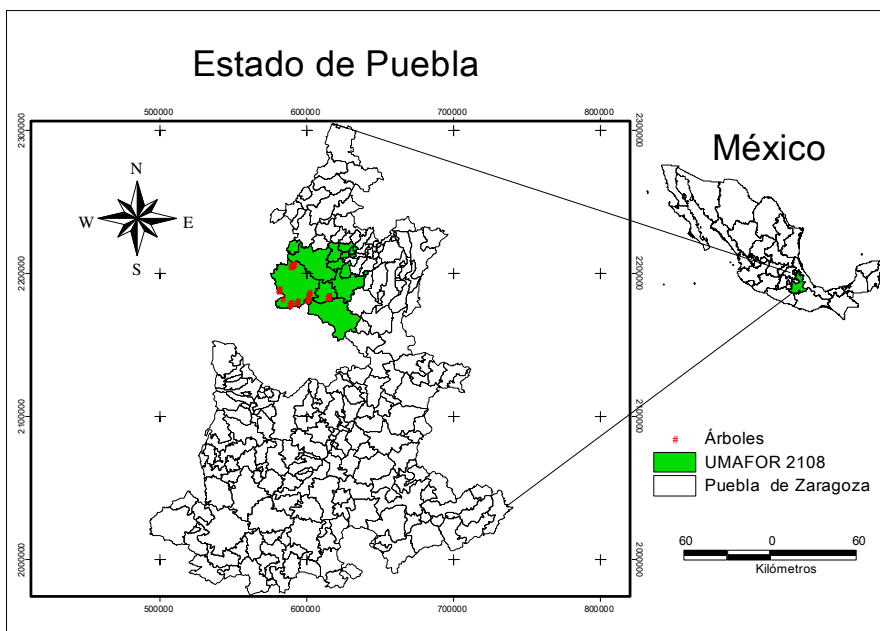


Figura 1. Localización del área de estudio.

1.4 Aspectos biofísicos y ambientales

1.4.1 Hidrología

La superficie de la UMAFOR se ubica en su mayoría dentro de la Región Hidrológica “RH27” Norte de Veracruz, en la Cuenca del Río Tecolutla y en las subcuencas de los Ríos Necaxa (RH27Bd), Laxaxalpan (RH27Bc), Tecuantepec (RH27Bd) y Apulco (RH27Be). Así también, la fracción oeste y noroeste del municipio de Chignahuapan se ubica dentro de las cuencas del Río Pánuco y Cuenca de México que pertenecen a la Región Hidrológica “RH26” Pánuco. Por último, pequeñas fracciones de los municipios de Chignahuapan y Tetela de Ocampo se encuentran dentro de las cuencas Río Balsas y Río Salado pertenecientes a la Región Hidrológica “RH18” Balsas (SMRN, 2007).

1.4.2 Clima

La variedad climática de la región se debe a factores como latitud, altitud, características del relieve orográfico, la distribución de la región respecto a la distancia del mar y a las diferentes presiones atmosféricas a que está sujeta. En este territorio predominan los climas templados.

C(w1) templado subhúmedo con lluvias en verano (48.94%): Temperatura media anual entre 12 y 18 °C. La temperatura del mes más frío varía de -3 °C a 18 °C y la del mes más caliente es de 22 °C. La precipitación total anual varía de 600 a 1,000 mm; lluvias de verano con índice P/T entre 43.2 y 55, porcentaje de lluvia invernal del 5 al 10.2% del total anual (García y CONABIO, 1998). Este tipo de clima es predominante en la UMAFOR, abarcando un 47.58% de la superficie total, cubriendo gran parte de los municipios de Chignahuapan, Aquixtla, Ixtacamaxtitlán y Tetela de Ocampo.

C(w2) templado subhúmedo de mayor humedad (14.3%): Temperatura media anual entre 12 y 18 °C, la temperatura del mes más frío fluctúa entre -3 y 18 °C y la del mes más caliente asciende hasta 22 °C. La precipitación total anual va de 700 a 1,500mm; lluvias de verano con índice P/T mayor de 55 y porcentaje de lluvia invernal del 5 al 10.2% del total anual (García y CONABIO, 1998). Este tipo

de clima cubre un 13.96% de la superficie, distribuyéndose en una franja de este a noroeste de la UMAFOR, incluyendo parte de los municipios de Tetela de Ocampo, Zacatlán y Ahuazotepec, así como también la parte sur del municipio de Chignahuapan y oeste de Ixtacamaxtitlán.

C(m)(f) templado húmedo (14.47%): Temperatura media anual entre 12 y 18 °C, con una temperatura del mes más frío entre -3 y 18 °C y la temperatura del mes más caliente alrededor de 22 °C. La precipitación total anual va de 1,000 a más de 2,000 mm anuales; lluvias de verano y porcentaje de lluvia invernal mayor al 10.2% del total anual (García y CONABIO, 1998). Este tipo de clima cubre un 12.72% de la superficie de la UMAFOR abarcando una franja de los municipios de Tetela de Ocampo, Zacatlán y Ahuazotepec.

(A)C(fm) semicálido húmedo: Temperatura media anual mayor de 18°C, temperatura del mes más frío menor de 18°C y temperatura del mes más caliente mayor de 22°C. La precipitación del mes más seco mayor a 40 mm; lluvias entre verano e invierno y porcentaje de lluvia invernal menor al 18% del total anual (García y CONABIO, 1998). Cubre un 10.57% de la superficie total de la UMAFOR, abarcando en su totalidad los municipios de Coatepec, Camocuautla, Tepango de Rodríguez, Amixtlán y Ahuacatlán, y pequeñas porciones de los municipios de Zacatlán, Tepetzintla y Cuautempan.

Los otros tipos de climas presentes en el área de estudio y cubriendo una menor superficie de la misma, son: C(f) templado húmedo, Cb'(w2) semifrío subhúmedo, C(wo) templado subhúmedo, BS1kw semiárido templado y Cb'(w1) semifrío subhúmedo.

1.4.3 Edafología

En la UMAFOR se presentan diferentes unidades de suelo, que de acuerdo a la clasificación FAO-UNESCO (1968) son: Acrisol, Andosol, Cambisol, Feozem, Litosol, Luvisol, Planosol, Regosol, Rendzina y Vertisol.

Luvisol: Estos suelos son por lo general profundos, con textura de media a fina y rangos de pendiente entre 12 y 18%. En el área de estudio, el tipo de suelo

presente es Luvisol órtico; el más representativo cubre 35.34% de la superficie total de la UMAFOR y se distribuye en los municipios de Zacatlán, Ahuacatlán, Amixtlán, Tepango de Rodríguez, Camocuautla, Cuautempan, Tetela de Ocampo y Aquixtla, en relieves que van de ondulados a quebrados (SMRN, 2007).

Andosol: Suelos que se han formado a partir de cenizas volcánicas. En condiciones normales se encuentran asociados con el bosque templado. Debido a su textura poseen una alta susceptibilidad a la erosión eólica e hídrica. Su uso en la agricultura y ganadería (pastizales) es poco redituable (FitzPatrick, 1984). En la UMAFOR se encuentran los tipos andosol húmico y ócrico, ocupando un 23.84% de la superficie total.

Feozem: Son suelos ricos en materia orgánica y en nutrientes, con una amplia distribución ya que se les localiza desde zonas semiáridas, hasta templadas o tropicales. En el área de estudio se encuentran los tipos Feozem lúvico y háplico, cubriendo un 14.75% de la superficie.

Regosol: Son suelos someros y claros similares a la roca que les dio origen. Se presentan en diferentes climas y asociados a vegetación muy diversa. Se distribuyen en la UMAFOR los tipos Regosol dístrico y eútrico, ocupando un 9.30% de la superficie total.

Litosol: Se caracterizan por tener una profundidad menor de 10 cm hasta la roca, tepetate o caliche duro. En la UMAFOR, este tipo de suelo ocupa un 8.45% de la superficie total, cubriendo los municipios de Coatepec, Camocuautla y parte de Amixtlán e Ixtacamaxtitlán (SMRN, 2007).

Las otras unidades de suelo presentes en el área de estudio, cubren un porcentaje menor de la misma: Vertisol (crómico y pélico) un 4.28%, Acrisol (húmico) un 1.49%, Rendzina un 0.95%, Cambisol (húmico, dístrico, eútrico y cálcico) un 0.92% y Planosol mólico un 0.69%.

1.4.4 Fisiografía

La UMAFOR forma parte de la subprovincia 57 “Lagos y Volcanes del Anáhuac” que pertenece a la provincia X del Eje Neovolcánico, y a la subprovincia 30 “Carso-Huasteco” de la provincia V Sierra Madre Oriental.

1.4.5 Tipo de vegetación

La superficie forestal de la UMAFOR se encuentra integrada por: Bosque de Pino, Bosque de Pino-Encino, Bosque de Encino, Bosque de Encino-Pino, Bosque de Abies, Bosque de Táscate, Bosque Mesófilo, Matorral Desértico Rosetófilo y Vegetación Secundaria arbustiva y herbácea de los diferentes tipos de bosques presentes en el área (INEGI, 2007).

Bosque de pino: Este tipo de vegetación ocupa las partes más altas de la UMAFOR en altitudes superiores a los 2,500 m. Algunas de las especies más destacadas son: *Pinus ayacahuite* var. *veitchii*, *P. leiophylla*, *P. montezumae*, *P. patula*, *P. pseudostrobus*, *P. rudis* y *P. teocote* (SMRN, 2007).

Destaca en la región por su importancia el bosque de *Pinus patula* que se distribuye en el área de influencia de los municipios de Chignahuapan y Zacatlán. Este bosque frecuentemente se presenta mezclado en su estrato superior con *P. pseudostrobus*, *P. ayacahuite*, *P. teocote*, *Quercus laurina* y *Q. rugosa*.

1.5 Descripción de la especie

Árbol de 30 a 35 m de altura y diámetros de 50 a 90 cm. Ocasionalmente se han encontrado individuos con 40 m. de alto y 1 m. de diámetro, pero son casos muy raros. El fuste es recto, cilíndrico y limpio de ramas en los primeros 20 m. Las ramas son horizontales un tanto caídas, formando una copa abierta y un tanto redondeada. Las ramas son delgadas, frecuentemente un poco caídas, con una corteza delgada y de un color rojo amarillento con un ligero tinte blanquecino en las partes más tiernas (Perry, 1991).

Las hojas en fascículos de 3, ocasionalmente 4 y raramente 5; delgadas, de 15 a 25 cm. de longitud, colgantes o algo extendidas, de color verde brillante, con

los bordes finamente serrados; estomas presentes en las caras dorsal y ventral de las hojas; 1 a 4 canales resiníferos, comúnmente 3, por lo general medios, ocasionalmente 1 o 2 internos; la pared exterior del endodermo delgada a ligeramente gruesa, 2 haces fibrovasculares contiguos pero distantes, vaina del fascículo clara, de color café grisáceo, de 10 a 15 mm. de longitud y persistente (Eguiluz. 1978; Perry, 1991).

Los conos tienen una forma largamente cónica, de 7 a 9 cm, a veces hasta 12 cm. Duros sésiles, reflejados algo encorvados, oblicuos y puntiagudos, generalmente agrupados en conjuntos de 3 a 6 conos. Con frecuencia se pueden observar sobre el fuste y en las ramas gruesas, y en este caso suelen ser solitarios, quedando embutidos en la corteza. Son de color amarillo ocre, con tinte rojizo, lustrosos. Son tenazmente persistentes, abren parcialmente en diferentes épocas, pueden permanecer cerrados durante años; se pueden contar en promedio 134, 224 conos por m³ (Eguiluz, 1978; Perry, 1991).

Las semillas son de color café oscuro a casi negro, muy pequeñas, de 5mm de longitud con un ala de color café claro de 17 mm de longitud, ligeramente engrosada en la base donde se incrusta a la semilla. Con 4 a 5 cotiledones, comúnmente 5; 115,000 semillas por kg. (Perry, 1991).

La madera es suave de color claro, ligeramente amarillo, con vetas moreno pálidas (Martínez, 1992).

En México, *P. patula* es una especie que se encuentra ubicada principalmente en la Sierra Madre Oriental y Sierra Madre de Oaxaca, entre los paralelos 17° 15' a 23° 30' de Latitud Norte y meridianos 96° 20' a 100° 00' de Longitud oeste (Eguiluz, 1978). La zona de vegetación de *Pinus patula*, comprende los estados de Nuevo León, Tamaulipas, Querétaro, Hidalgo, Puebla, Veracruz, Oaxaca, el Distrito Federal y Tlaxcala (Perry, 1991). Se desarrolla en lugares templados y semicálidos y, de preferencia, húmedos (Martínez, 1992).

De manera natural crece en masas puras y se desarrolla asociado con otras especies como *P. greggii*, *P. maximinoi*, *P. pseudostrobus*, *P. teocote* y *P. leiophylla*.

El intervalo altitudinal donde se encuentra *Pinus patula*, está entre 1, 500 a 3, 100 m y se desarrolla mejor en sitios con buen drenaje (Perry, 1991).

1.6 HIPÓTESIS

Los fustes de *P. patula* están conformados por tres cuerpos dendrométricos (neiloide en la parte basal, paraboloide en la central y cono en la punta) los cuales pueden ser identificados y modelados utilizando un modelo de ahusamiento de tipo segmentado que indiquen los puntos de cambio como una proporción con respecto a la altura total; el modelo de ahusamiento describirá el perfil fustal y permitirá generar un sistema de cubicación a nivel de árbol individual.

1.7 OBJETIVOS

1.7.1 Objetivo general

Generar a partir de un modelo de ahusamiento de tipo segmentado un sistema de cubicación a nivel de árbol individual para *Pinus patula* Schl. Et Cham., que sea aplicable a los predios forestales bajo manejo de la UMAFOR 2108 de Puebla, México.

1.7.2 Objetivos específicos

- ✓ Evaluar el ajuste estadístico de seis modelos de ahusamiento de tipo segmentado y seleccionar el que mejor describa el perfil fustal de *P. patula*
- ✓ Ajustar para *P. patula* el mejor modelo de ahusamiento con su respectiva expresión de volumen comercial como un sistema compatible mediante la técnica de mínimos cuadrados no lineales y como un modelo de efectos mixtos.

1.8 BIBLIOGRAFÍA

- Alemán, V. R. 2001. Evaluación de la calidad de sitio para cuatro especies de pino en el P.P. Sierra de Nayar, Municipio de Durango. Tesis Profesional Escuela de Ciencias Forestales. Universidad Juárez del Estado de Durango. Durango, México. 80 p.
- Bi, H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian Eucalyptus. *For. Sci.* 46(3): 397-409.
- Bruce, H. P., Tomer A. y Alexander V. E. 2003. Structural Equation Modeling: Applications in Ecological and Evolutionary Biology. Cambridge University Press. England. 393 p.
- Burkhart, H. E. and Tomé M. 2012. Modeling Forest trees and stands. Springer. New York, USA. 457 p.
- Caballero, D. H. 1970. Empleo de coeficientes mórficos en la elaboración de tablas de volumen de cedro rojo. *Bol. Div. No. 26-b INIF. Mexico.*
- Cao, Q. V., H. Burkhart and T. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic volume prediction for loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26: 71- 80.
- Castedo D. F. y Álvarez G. J.G. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. *Invest. Agr.: Sist. Recur. For.* 9, 253-268.
- Clutter, J. L., Forston, J. C., Pienaar, L.V., Brister, G. H., and Bailey, R. L. 1983. Timber management a quantitative approach. USA. John Wiley & Sons Inc. 333 p.
- Corral, R. J. J., Diéguez U. A., Corral, S. R. and Castedo, F. D. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management* 238: 118-129.

- Crechi, E., Fassola, H., Keller, A. y Barth, S. 2006. Models estimation of individual tree volume with and without bark of *Pinus taeda* L. cultivated in north zone of Misiones. Argentina. 12 as Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales – FCF. UNAM – EEA Montecarlo. INTA. 8. 9 y 10 de Junio de 2006 – Eldorado. Misiones. Argentina.
- Cruz, C. F. 2007. Modelos de volumen y crecimiento en altura dominante para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. Tesis de Doctorado. Colegio de Postgraduados. Postgrado Forestal. México. 78 p.
- Cruz, C. F., De los Santos P. H. M. y Valdéz L.J. R. 2008. Sistemas compatibles de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* blanco en Durango México. *Agrociencia* 42: 473-485.
- Demaerschalk, J. P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *For. Sci.* 18 (1): 241-245.
- Diéguez, A. U., Rojo A. A., Castedo D. F., Álvarez J. G. G., Barrio A. M., Crecente, C. F., González G. J. M., Pérez, C. C., Rodríguez S. R., López S. C. A., Balboa M. M. Á., Gorgoso V. J. J. y Sánchez R. F. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.
- Eguiluz, P. T. 1978. Ensayo de integración de los conocimientos sobre el género *Pinus* en México. Tesis de Licenciatura. Departamento de Bosques. Universidad Autónoma Chapingo, México. p. 456 – 475.
- Fang, Z., and Bailey R. L. 2001. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *For. Sci.* 47(3): 287-300.
- Fang, Z., B. E. Borders and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46: 1-12.

- FAO-UNESCO. 1968. Revised legend of the FAO-UNESCO soil map of the world. International soil reference and information centre. Food and Agriculture Organization of the United Nations. Roma, Italia.
- FitzPatrick, E. A. 1984. Suelos: Su formación, Clasificación y Distribución. 1ª Edición en español. Cía. Editorial Continental. México, D.F. 430 p.
- CONABIO. 1998. Carta de Climas (clasificación de Köppen, modificado por García). Escala 1:1000000. México.
- García, O. 1995. Apuntes de Mensura Forestal I. Estática. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Chile. 65 p.
- Huber, F. X. 1828. Hilfstabellen für Bedeenstete des Forst – U. Baufachs zunämme usw. München.
- Husch, B., Miller I C. and Beers T. W. 1982. Forest Mensuration. 3a ed. Krieger Publishing Company. Malabar. Florida. U.S.A. 402 p.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática). (2007). Cartas de uso del suelo y vegetación (E1402-E1403-F1411-F1412) Escala 1:250000. Serie IV. Aguascalientes, Ags., México.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Canadian Journal of Forest Research. 18: 1363-1368.
- Kozak, A. 2004. My last words on taper functions. Forestry Chronicle, 80, 507–515.
- Lee, W. K., Seo H. J., Son M. Y., Lee H. K., Gadow V. K. 2003. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. For Ecol. Manage. 172(1): 69-77.
- Lynch, T. B., Chang T. S., and Chandler P. J. 1992. Estimation of individual tree volume by importance sampling and antithetic variates from the cylindrical shells integral. Can. J. For. Res. 22: 326-335.
- Martínez, M. 1992. Los pinos mexicanos. 3a edición. Ed. Botas. México.
- Max, T. A. and Burkhart E. H. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. For. Sci. 22: 283-289.

- Monroy, R. C. R. 1995. *Pinus patula* Schl. et Cham. en México. Instituto Nacional de Investigaciones forestales y Pecuarias. Centro de Investigación Regional del Golfo Centro. Campo experimental Ixtacuaco. 145 p.
- Muñoz, F. H. J., Madrigal H. S., Aguilar R. M., García M. J. y Lara R. M. 2003. Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roetzl y *P. pringlei* Shaw. en el Oriente de Michoacán. *Cien. For. Méx.* 28(94):81-104.
- Perry, J. 1991. *The Pines of Mexico and Central America*. Timber press. Portland, Oregon.
- Prodan, M., Peters R., Cox F., y Real P. 1997. *Mesura Forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la agricultura (IICA), Costa Rica. 561 p.
- Rentería, A., J. B. 1995. Estimación del volumen comercial de *Pinus cooperi* Blanco mediante modelos de ahusamiento en Durango. II Congreso Mexicano de Recursos Forestales Resumen de Ponencias. Montecillo, México. 91 p.
- Riecke, F. 1849. *ubre die Berechnung des Körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme*. 75 S. Stuttgart.
- Riemer, D. Stuurman N., Berrios M., Hunter C., Fisher P. A. and Weber K. 1995. Expression of *Drosophila* lamin C is developmentally regulated: analogies with vertebrate A-type lamins. *J. Cell Sci.* 108, 3189-3198.
- Romahn De La V. C. F., Ramírez M. H. y Treviño G. J. L. 1994. *Dendrometría*. Universidad Autónoma Chapingo, México. 345 p.
- Rondeux, J. 2010. *Medición de árboles y masas forestales*. Ediciones Mundi Prensa. Madrid, España. 521 p.
- Smalian, H. L. 1837. *Beitrag Zur HolzmeBkunst*. Stralsuol.
- SMRN (Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales). (2007). *Diagnóstico Socioeconómico y de Manejo Forestal de la Unidad de Manejo*

- Forestal (UMAFOR) Zacatlán. Asociación Regional de Silvicultores Chignahuapan-Zacatlán, A.C. Puebla, México. 281 p.
- Torres, R. J. M. y Magaña T. O. S. 2001. Evaluación de plantaciones forestales. Ed. LIMUSA, México. 472 p.
- Torres, R., J. M., O. S. Magaña T. y G. A. Valles G. 1993. Funciones de ahusamiento para ocho especies forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano de Recursos Forestales, Resumen de Ponencias. Saltillo, Coahuila. 109 p.
- Valdez, L., R. y Lynch T. 2000. Ecuaciones para estimar volumen comercial y total en rodales aclareados de *Pinus patula* en Puebla, Mexico. Agrociencia 34: 747-759.
- Velasco, B. E. S. Madrigal H. I., Vázquez C. A., González H. F., Moreno S. 2006. Manual para la elaboración de tablas de volumen fustal en pino. INIFAP-Conacyt-Conafor. México, D.F. México. Libro Técnico No. 1. 34 p.

CAPÍTULO II

2. MODELACIÓN DEL PERFIL FUSTAL PARA ÁRBOLES DE *Pinus patula* USANDO FUNCIONES DE AHUSAMIENTO DE TIPO SEGMENTADO

2.1 RESUMEN

Para describir el perfil fustal de *Pinus patula* Schl. et Cham. de la Unidad de Manejo Forestal 2108 de la región Chignahuapan-Zacatlán, Puebla, la muestra consistió en 96 árboles de diferentes categorías de diámetro y altura, obtenida mediante muestreo dirigido en las áreas de aprovechamiento forestal. Cada árbol fue derribado y seccionado, se tomaron mediciones de diámetro con corteza (d) y alturas (HM) desde la base, a la altura del tocón (hb), dos secciones de 30 cm posteriores al hb, al diámetro normal (D) y posteriormente en las secciones obtenidas a medidas comerciales de 8 pies hasta llegar a la última sección que

correspondió a la punta, registrándose la altura total (H). Se obtuvieron 1,733 pares de observaciones diámetro-altura distribuidos a lo largo de los fustes. Cada sección se cubió con la fórmula de Smalian y la punta con del cono. Se seleccionó al modelo de Fang *et al.* (2000) como el mejor por presentar la mayor precisión, el menor sesgo y por describir el ahusamiento del fuste observado de manera adecuada.

Palabras clave: Ajuste, ahusamiento, diámetro normal, altura comercial, cuerpos dendrométricos.

2.2 ABSTRACT

To describe the profile fustal *Pinus patula* Schl. et Cham. of Forest Management the Unit 2108 Chignahuapan - Zacatlán, Puebla, region sample consisted of 96 trees of different categories of diameter and height , obtained by purposive sampling in the areas of forestry. Each tree was felled and sectioned diameter measurements were taken with bark (d) and height (HM) from the base, stump height (hb), two sections of 30 cm after the hb, the average diameter (D) and later in sections obtained trade measures 8 feet to reach the last section that corresponded to the tip, registering the total height (H). 1,733 pairs of observations diameter - height distributed along the shafts were obtained. Each section is cubed to formula Smalian and cone tip. He was selected to model Fang *et al.* (2000) as the best to present more accurately, the least bias and describe the taper of the shaft properly.

Key words: Adjustment, Taper, diameter normal, commercial height, dendrometric from.

2.3 INTRODUCCIÓN

La descripción del perfil fustal o ahusamiento de un árbol mediante un modelo matemático resulta útil cuando se está interesado en cuantificar secciones del fuste de largos y diámetros variables, debido a la dificultad práctica que presenta la medición de éstos atributos en árboles en pie. Es problemático y poco práctico medir a detalle una sección superior del fuste cuando está presente de por medio el error y su alto costo de medición.

El volumen maderable de un árbol se estima usualmente a través de ecuaciones de volumen o de ahusamiento. Siendo el ahusamiento el coeficiente de estrechamiento del diámetro a lo largo del fuste, es posible estimar directamente mediante una ecuación el diámetro a cualquier altura o la altura a cualquier diámetro (Clutter *et al.*, 1983; Torres *et al.*, 1993).

Una vez definida la ecuación de ahusamiento es posible, mediante su integración matemática, obtener estimaciones del volumen total o parcial del fuste a cualquier límite de longitud o diámetro mínimo deseado (Lynch *et al.*, 1992).

La ventaja de modelar todo el fuste a través de una expresión única es que los modelos resultantes son fáciles de ajustar y usar; habitualmente se integran con facilidad para transformarlos en ecuaciones de volumen, pueden en muchos casos reordenarse para el cálculo de alturas comerciales (Prodan *et al.*, 1997).

El volumen comercial, puede estimarse con una ecuación de proporción del volumen total que puede estar en función de la forma del fuste (Honer, 1964), una forma alternativa de estimar tal volumen o diámetros de cualquier sección del fuste es a través de ecuaciones de ahusamiento caracterizados por funciones matemáticas (Kosak *et al.*, 1969; Ormerod, 1973; Max y Burkhardt, 1976).

Sin embargo, pese a su existencia pocas de estas tecnologías de este tipo se han reportado para especies forestales de México y ninguna ha sido aplicada en las especies más importantes comercialmente en los bosques del área de estudio.

La generación de este tipo de herramientas para aplicar silvicultura cuantitativa es pieza clave en el proceso de toma de decisiones técnicas y en las actividades de planeación, manejo, evaluación y aprovechamiento de los recursos forestales de la UMAFOR 2108.

2.4 MATERIALES Y MÉTODOS

2.4.1 Tamaño de la muestra

Los arboles utilizados para generar la base de datos del presente estudio fueron obtenidos de la UMAFOR 2108 perteneciente a la región de Chignahuapan - Zacatlán, Puebla. La muestra consistió en 96 árboles de *Pinus patula* de diferentes categorías de diámetro y altura tomando como criterio para establecer el número de la muestra una distribución cercana a una normal estándar, obtenida de las áreas de aprovechamiento forestal. Los árboles fueron seleccionados a través de un muestreo dirigido, cada árbol fue derribado y seccionado en trozas, efectuándose mediciones de las variables diámetro con corteza (d) y alturas (HM) en cada sección. Tales mediciones se realizaron desde la base (ras del suelo), a la altura del tocón (hb), en dos secciones de 30 cm obtenidas después de la hb, al diámetro normal (D) y posteriormente en las secciones obtenidas a medidas comerciales de 8 pies hasta llegar a la última sección que correspondió a la punta. Para cada árbol también se registró la altura total (H) y el diámetro normal (D). Adicionalmente se midió el diámetro con corteza de todas las ramas que sobrepasaron los 5 cm en diámetro a la base como se muestra en la figura 2.

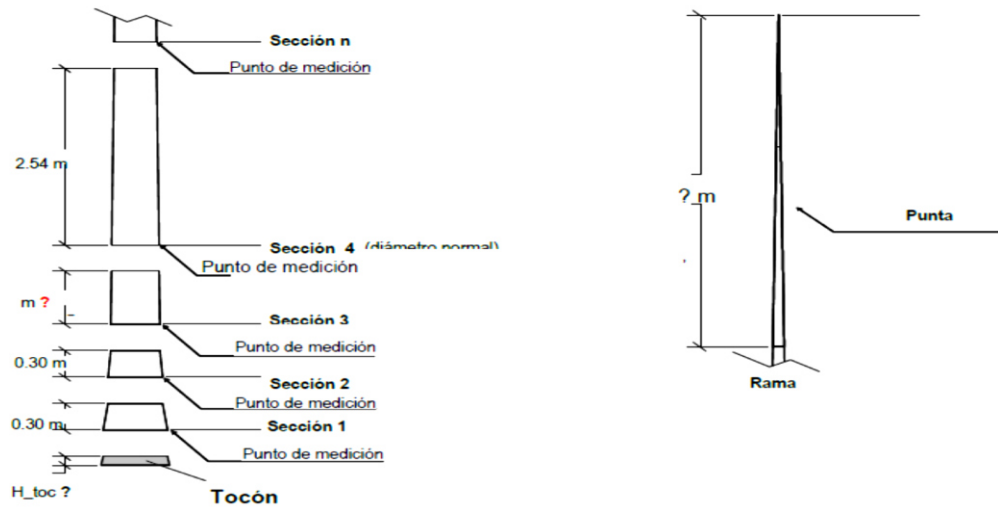


Figura 2. Representación gráfica de la toma de datos de los árboles muestra para las diferentes secciones y ramas de un árbol.

Determinación del volumen de los árboles muestra

El volumen de cada sección o troza fue calculado con la fórmula de Smalian (a) y la parte final que correspondió a la punta, además de las ramas con la del cono (b).

$$a) \quad v_{troza} = \frac{\pi (d_{inf}^2 + d_{sup}^2)}{4 \cdot 2} l$$

$$b) \quad v_{cono} = \frac{1}{3} \frac{\pi}{4} d_{inf}^2 l$$

Donde:

d : diámetro

l : longitud

En total se colectaron 1,733 pares de observaciones diámetro-altura distribuidos a lo largo de los fustes. En el Cuadro 1 se presentan los estadísticos básicos de las variables analizadas de la muestra de árboles trabajada.

Cuadro 1. Estadísticos descriptivos de las variables medidas en la muestra de árboles trabajada.

Variable	Máximo	Medio	Mínimo	Desviación estándar
Diámetro normal D (cm)	71.00	40.52	11.5	15.02
Altura total H (m)	37.28	27.74	9.38	7.20
Altura HM de la sección a partir del tocón (m)	37.28	12.36	0.00	10.85
Diámetro d con corteza (cm) a la altura HM	96.00	28.18	0.00	18.47

Las variables de ahusamiento y de volumen acumulado para cada árbol fueron observadas en forma gráfica, esto permitió como un proceso de auditoría de datos corregir y depurar la base de datos hasta obtener los comportamientos y tendencias lógicas como se muestra en la Figura 3.

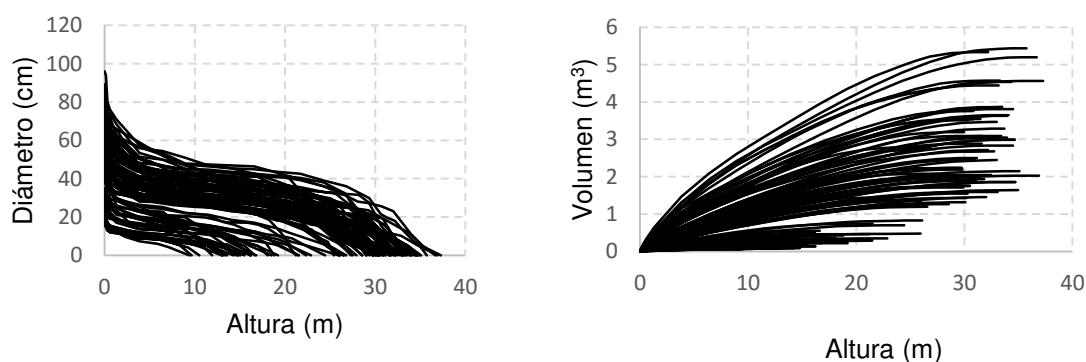


Figura 3. Comportamiento del diámetro y el volumen acumulado con respecto a la altura de los árboles muestreados.

2.4.2 Modelos de ahusamiento evaluados

Los modelos de ahusamiento (d) de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal de los árboles fueron los desarrollados por Max y Burkhardt (1976), Cao *et al.* (1980), Parresol *et al.* (1987), Zepeda y Domínguez (1997), Fang *et al.*

(2000) y Zhang *et al.* (2002) (1, 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente) que se presentan en el cuadro 2.

Cuadro 2. Modelos de ahusamiento de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal *P. patula*.

Modelo	Función
1	$d = D [\beta_1(q - 1) + \beta_2(q^2 - 1) + \beta_3(P_1 - q)^2 I_1 + \beta_4(P_2 - q)^2 I_2]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; \text{ de lo contrario } 0$ $I_2 = 1 \text{ si } q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0$
2	$d = D \frac{c_0}{k} [2z + B_1(3z^2 - 2z) + B_2(z - p_1)^2 I_1 + B_3(z - p_2)^2 I_2]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$ $I_2 = 1 \text{ si } z \geq p_2; \text{ de lo contrario } 0$
3	$d = D [z^2(\beta_1 + \beta_2 z) + (z - p_1)^2 (B_3 + B_4(z + 2p_1)) I_1]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$
4	$d = D [B_1 X + B_2 X^2 + B_3(p_1 - X) I_1 + B_4(p_2 - X)^2 I_2]$ $I_1 = 1 \text{ si } X \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$
5	$d = c_1 \left[H^{\frac{K-\beta_1}{\beta_1}} (1 - q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0$ $I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0$
6	$d = DH^{(k_1-B_1)/2B_1} [a^{I_1} (1 - q)^{(k_1-B_1)^{1-I_1} B_2^{I_1}} / (B_1^{1-I_1} B_2^{I_1})]^{1/2}$ $I_1 = 1 \text{ si } q > p_1 \text{ y } 0 \text{ si } q \leq p_1$

Donde:

D = diámetro normal (m)

d = diámetro superior (cm) a la altura h (m) desde el nivel del tocón

H = altura total de los arboles (m)

$a = (1 - p_1)^{k(B_2-B_1)/B_1B_2}$, $H' = H/(H - 1.3)$, $k = \pi/40000$, $k_1 = \pi/8$

$q = HM/H$, $r_0 = (1 - hb/H)^{K/B_1}$, $r_1 = (1 - p_1)^{k/B_1}$, $r_2 = (1 - p_2)^{k/B_2}$

$X = (H - HM)/(H - 1.3)$, $z = (H - HM)/H$

$c_1 = (a_0 D^{a_1} H^{a_2 - \frac{k}{B_1}} / B_1 (r_0 - r_1) + B_2 (r_1 - \alpha_1 r_2) + B_3 \alpha_1 r_2)^{1/2}$

$$\alpha_1 = (1 - p_1)^{k(B_2 - B_1)/B_1 B_2}, \alpha_2 = (1 - p_2)^{k(B_3 - B_2)/B_2 B_3}, \beta = B_1^{1 - (I_1 + I_2)} B_2^{I_1} B_3^{I_2}$$

$a_0, a_2, B_1, B_4, c_0, p_1, p_2$ son parámetros a ser estimados.

I_1, I_2 : Son variables indicadoras sobre el cambio del cuerpo dendrómico del fuste.

El ajuste de los modelos se realizó por máxima verosimilitud con información completa (FIML) utilizando el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ ETS® (Statistical Analysis System Institute, 2008). La evaluación y selección del mejor modelo se realizó comparando los valores de los estadísticos coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), el sesgo, la raíz cuadrada media del error (REMC) y el criterio de información de Akaike (AIC) calculados de la siguiente forma:

$$R^2_{adj} = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_i)^2} \right] \left(\frac{n-1}{n-p} \right)$$

$$Sesgo = \sum_{i=1}^n \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{n}$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}$$

$$AIC = 2p + n \ln\left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}\right)$$

Donde Y_i, \hat{Y}_i y \bar{Y}_i son los valores observados, estimados y promedios del ahusamiento, n = número total de observaciones, p = número de parámetros del modelo.

Para facilitar la selección del mejor modelo, además de los estadísticos de bondad de ajuste anteriores, se consideró la suma de cuadrado del error (SCE), el cuadrado medio del error (CME), el valor de verosimilitud (LogLik). Se generó un criterio de calificación que de acuerdo con Sakici *et al.* (2008) consistió en jerarquizar cada estadístico de cada modelo asignando valores consecutivos del

1 al 6 en función al orden de importancia (1 correspondió al mejor valor del estadístico y 6 al valor más pobre), la sumatoria de los valores conformó la calificación total a cada modelo, por comparación se identificó el mejor modelo, siendo el mejor el que presentó el valor más bajo en la calificación total. Adicionalmente, se realizó un comparativo gráfico del análisis de residuales.

2.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 3 se presentan los valores de los parámetros de los modelos ajustados, todos resultaron altamente significativos, excepto B_3 y B_4 para el modelo 3 y p_1 para el modelo 6. El modelo 5 indica que el primer punto de inflexión en donde ocurre el cambio de neiloide a paraboloides es al 6% de la altura total, mientras que el segundo punto de inflexión en donde ocurre el cambio de paraboloides a cono lo estima al 80%, en tanto que el modelo 1 el primer punto de inflexión lo estima al 8% y el segundo punto de inflexión al 91%. Este resultado sugiere que los fustes de esta especie se conforman de tres cuerpos dendrométricos (neiloide, paraboloides y cono).

Estos resultados son comparativamente similares con los reportados por Diéguez *et al.* (2006) para *P. sylvestris* L. en el noreste de España, quienes determinan que tales puntos ocurren al 10.3 y 60.7% para el modelo de Fang *et al.* (2000) en la altura relativa del fuste y para el sistema de Max y Burkhardt (1976) al 14 y 70% de altura relativa; por su parte, Hernández *et al.* (2012) determinan para *P. patula* que crece en Zacualtipán, Hidalgo que los puntos de inflexión para el modelo de Fang *et al.* (2000) ocurren a 1.34% de la altura del árbol, cerca de la base, y a 82.3% de la altura relativa sobre el fuste, en tanto que para el modelo de Max y Burkhardt (1976), los puntos de cambio de cuerpo dendrométrico ocurren a 10.7 y 88.3% de altura relativa.

Habiendo calculado con nuestros datos de campo el segundo punto de inflexión por arriba del 80% de proporción de h/H , da pie a sugerir la posibilidad que un modelo segmentado con un solo punto de inflexión sea más adecuado para

modelar este tipo de árboles. Si se toma en cuenta que los datos usados en el estudio corresponden a árboles provenientes de un bosque natural com manejo técnico.

Los resultados obtenidos también son similares a los reportados por Li y Weiskittel (2010) para árboles de *Abies balsamea*, *Picea rubens* y *P. strobus* localizados en bosques naturales en la región Acadian de Norte América en todos los casos p_1 se estima por abajo del 10 % de la altura total y p_2 entre el 54 - 89 %, lo que adicionalmente revela que el modelo de Fang *et al.* (2000) es lo suficientemente flexible para aplicarlo en la descripción del ahusamiento del fuste tanto de árboles de especies latifoliadas como de coníferas de diferentes regiones ecológicas.

Cuadro 3. Valores y significancia estadística de los coeficientes de los modelos ajustados para describir el perfil diamétrico de *P. patula*.

Modelo	Parámetros de los modelos ajustados					
	B_1	B_2	B_3	B_4	P_1	P_2
1	-12.2863	6.110851	111.779	-6.52591	0.088835	0.914118
ϵ	3.05	1.583	8.7626	1.5695	0.00349	0.0134
∞	<.0001	0.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
2**	0.997302	-3.1789	50.50459		0.083346	0.912175
ϵ	0.0262	0.0451	11.1733		0.012	0.00349
∞	<.0001	<.0001	<.0001		<.0001	<.0001
3	2.066011	-0.97274	-219.249	87.38624	0.81239	
ϵ	0.0713	0.1058	153.4	56.6952	0.0843	
∞	<.0001	<.0001	0.1531	0.1234	<.0001	
4	2.724128	-3.19219	3.024614	14.94554	0.341315	0.887978
ϵ	0.0504	0.1762	0.1671	0.8425	0.0195	0.00711
∞	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001	<.0001
5*	0.000059	0.000043	0.000028		0.062528	0.80685
ϵ	1.577E-07	3.49E-07	8.09E-07		0.00192	0.00777
∞	<.0001	<.0001	<.0001		<.0001	<.0001
6	0.090171	0.165329			-0.01968	
ϵ	0.0131	0.0013			0.0202	
∞	<.0001	<.0001			0.3304	

ϵ : error estándar de los parámetros; ∞ : nivel de significancia de los parámetros

**Valor del parámetro $c_0 = 0.000174$ *valores de los parámetros a_0, a_1, a_2 de 0.000059, 1.776493 y 1.082122 respectivamente.

Con base a los criterios de bondad de ajuste y el sistema de calificación implementado que se muestra en el Cuadro 4, se observa que el modelo 5 de

Fang *et al.* (2000) tiene mejor calidad de ajuste respecto a los otros modelos al presentar una calificación más baja, dada por tener el valor más alto en el R^2_{adj} que es indicativo que el modelo explica en mayor grado la variabilidad total presente en la variable dependiente, la segunda más alta precisión en las estimaciones dado sus menores valores en la SCE, CME, RECM y verosimilitud, además de una alta significancia en cada uno de sus parámetros, por lo que se considera como el apropiado para describir el perfil diamétrico para los árboles de *P. patula* en función del diámetro normal, la altura del tocón y altura total. El segundo mejor modelo fue el modelo 2 que corresponde al de Max y Burkhardt (1976).

Cuadro 4. Estadísticas de bondad de ajuste de los seis modelos evaluados para describir el perfil diamétrico de *P. patula*.

Modelo	Estadísticos de ajuste y calificaciones respectivas							Calif total
	SCE	CME	RCME	R^2_{adj}	Sesgo	AIC	LogLik	
1	1424.7 (2)	8.24 (2)	2.87 (2)	0.97 (2)	0.29 (5)	3683.4 (2)	-4284 (2)	17
2	1425.4 (3)	8.25 (3)	2.87 (3)	0.97 (3)	0.29 (4)	3684.1 (3)	-4285 (3)	22
3	4132.9 (6)	23.91 (6)	4.88 (6)	0.92 (6)	1.21 (6)	5547.2 (6)	-5207 (6)	42
4	1487.2 (4)	8.60 (4)	2.93 (4)	0.97 (4)	0.02 (2)	3758.2 (4)	-4321 (4)	26
5	1228.6 (1)	7.12 (1)	2.66 (1)	0.97 (1)	-0.00 (1)	3428.1 (1)	-4156 (1)	7
6	4035.1 (5)	23.32 (5)	4.82 (5)	0.93 (5)	0.22 (3)	5501.6 (5)	-5186 (5)	33

Al graficar los residuales contra los valores predichos del ahusamiento para los modelos 1 y 5 (Figura 4), se observa que el modelo de Fang *et al.* (2000) es mejor y más sobresaliente, ya que presenta una mejor distribución aleatoria en los residuales, además de que la escala de distribución es comparativamente menor, lo que indica menor sesgo en las estimaciones.

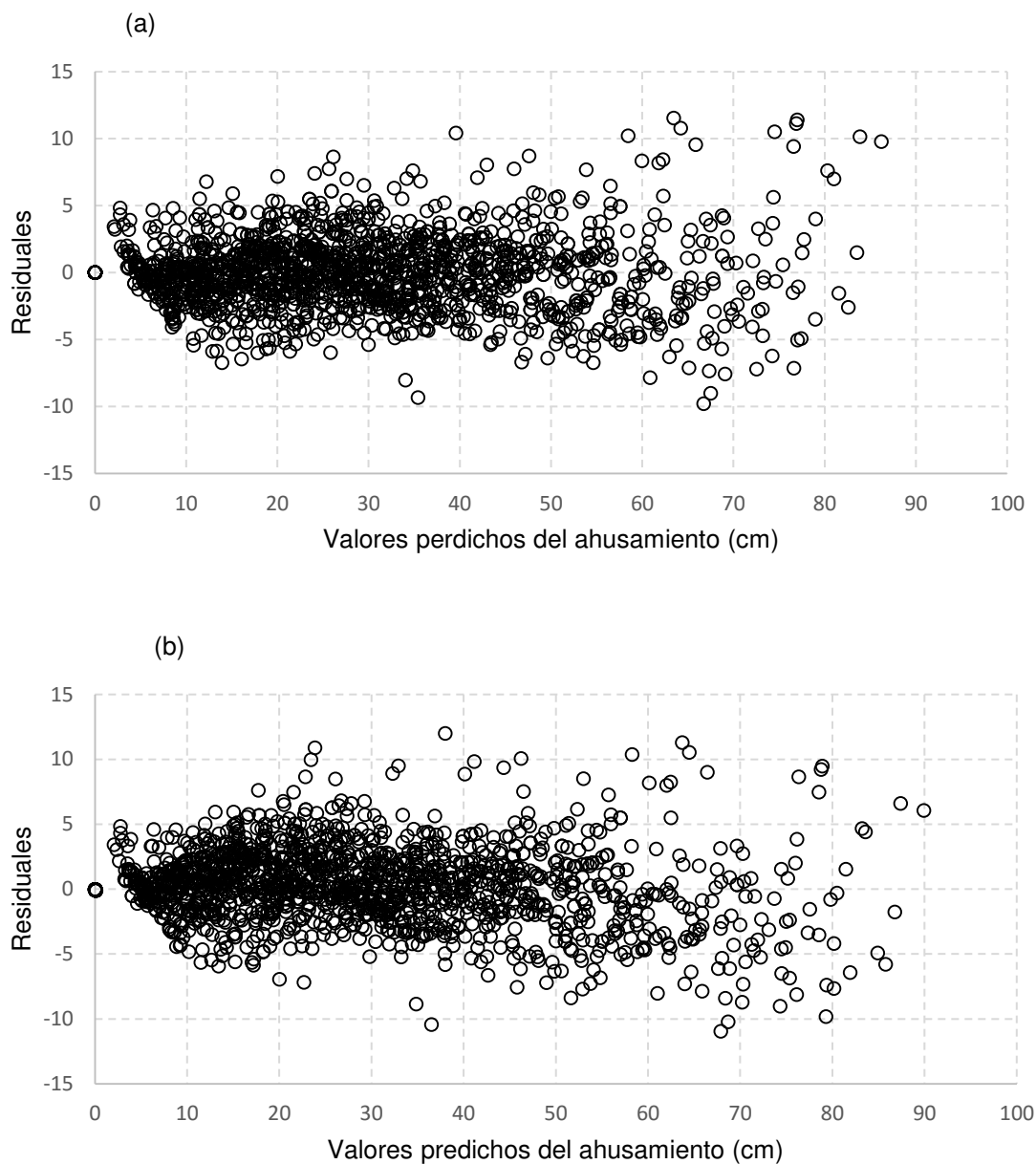


Figura 4. Gráfica de residuales vs los valores predichos de diámetro del fuste (d) para los modelos a) Fang *et al.* (2000) y b) Max y Burkhardt (1967).

Con base en los resultados discutidos, el modelo de ahusamiento de Fang *et al.* (2000) tiene importantes ventajas comparativas con respecto al resto de los modelos, por lo que se selecciona como el mejor para modelar, describir y estimar el ahusamiento a lo largo del fuste de los árboles de *P. patula*, si bien entre los modelos evaluados tiene el mayor número de parámetros, presenta la ventaja adicional de tener en forma explícita una ecuación de volumen total que

corresponde al modelo de Schumacher-Hall, además tiene en forma implícita una ecuación de volumen comercial que al obtenerla mediante integración analítica resulta compatible con la función de ahusamiento, por lo que forman un sistema compatible que puede ajustarse de manera simultánea.

2.6 CONCLUSIONES

De los 6 modelos de ahusamiento (d) de tipo segmentado evaluados para describir el perfil fustal de los árboles de *P. patula* se determinó que el modelo de Fang *et al.* (2000) tuvo la mejor calidad de ajuste ya que comparativamente tuvo la más alta precisión, el menor sesgo y la mejor calidad de parámetros.

Con el modelo de ahusamiento seleccionado para esta especie, se da a los encargados del manejo técnico una herramienta más eficiente para modelar y describir el perfil fustal y con ello derivar un sistema de cubicación que permita estimar el volumen total y comercial por tipo de producto.

Los puntos de cambio de la forma dendrométrica del fuste de *Pinus patula* son similares a los reportados en otros estudios para otras especies de coníferas en bosques naturales, lo que muestra la flexibilidad que tiene la función segmentada seleccionada ya que en promedio el fuste adopta la forma de cono por arriba del 80 % de su altura total.

2.7 BIBLIOGRAFÍA

- Cao, Q. V., H. Burkhart, and T. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic volume prediction for loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26: 71- 80.
- Clutter, J. L., Forston J. C., Pienaar L.V., Brister G. H., and Bailey R. L. 1983. *Timber Management a Quantitative Approach*. John Wiley & Sons Inc. USA. 333 p.
- Diéguez, A. U., Grandas A. J. A., Álvarez, G. J. G. and Gadow K. V. 2006. Site quality curves for birch stands in north-western Spain. *Silva Fennica* vol. 40 no. 4 article id 319.
- Fang, Z., Borders B. E. and Bailey R. L. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46: 1-12.
- Hernández, P. D., De los Santos Posadas, H. M., Ángeles P. G., Valdez L. J. R., Haller, V. y Hugo, V. 2013. Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(16), 34-45.
- Honer, T. G. 1964. The use of height and squared diameter ratios for the estimation of cubic foot volumen. *For. Chron.* 40: 324-331.
- Kozak, A., Munro D.D. and Smith J. H. G., 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron* 45: 278-283.
- Li, R. and Weiskittel A. R. 2010. Comparison of model forms for estimating for stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. *Ann. For. Sci.* 67(3): 302.
- Max, T. A. and Burkhart H. E. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22: 283-289.
- Ormerod, D. W. 1973. A simple bole model. *For. Chron.* 49: 136-138.

- Parresol, B., Hotvedt J. and Cao Q. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Can. J. For. Res.* 17(3): 250-259.
- Prodan, M., Peters R., Cox F. and Real P. 1997. *Mesura Forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la agricultura (IICA), Costa Rica. 561 p.
- Sakici, O. E., Misira N., Yavuz H. and Misira M. 2008. Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research* 23(6): 522-533.
- Torres, R. J. M., Magaña T. O. S. y Valles G G. A. 1993. Funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano de Recursos Forestales, Resumen de Ponencias. Saltillo, Coahuila. 109 p.
- Zepeda, B. E. M. y Domínguez P. A. 1997. Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del ejido El Largo, Chihuahua. In: Memoria de resúmenes de ponencias. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Linares, NL. pp: 43.
- Zhang, Y., Borders B. E. and Bailey R. L. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *For. Sci.* 48(3): 595-607.

CAPÍTULO III

3. SISTEMA DE CUBICACIÓN PARA ÁRBOLES INDIVIDUALES DE *Pinus patula* Schl. et Cham. DE LA REGIÓN CHIGNAHUAPAN – ZACATLÁN, PUEBLA A PARTIR DE UN MODELO DE AHUSAMIENTO

3.1 RESUMEN

Para generar un sistema de cubicación a nivel de árbol individual de *P. patula*, se ajustó el modelo de Fang *et al.* (2000) en forma simultánea con su respectiva función de volumen comercial. Se procesaron datos de ahusamiento y de volumen comercial de una muestra de 96 árboles colectada en la UMAFOR 2108 en la región de Chignahuapan-Zcatlán, Puebla. Previo al ajuste se conformó una base de datos como una estructura bi-variada (ahusamiento-volumen comercial). Con el propósito de comparación, se evaluó el ajuste usando mínimos cuadrados no lineales (NLS) y la técnica de modelo de efectos mixtos (MEM). Se determinó que la calidad de ajuste fue superior cuando se utilizó la técnica MEM comparada con la que arroja NLS ya que se obtuvo una ganancia en eficiencia al calificar los puntos de inflexión, lográndose una reducción de 3 % en el error estándar para p_1 y de 28 % en p_2 . Los puntos de cambio en la forma dendrométrica del fuste son similares a los de otras especies de árboles de coníferas y latifoliadas.

Palabras clave: Efectos mixtos, cuerpos dendrométricos, volumen comercial, distribución de productos.

3.2 ABSTRACT

To generate a cubing system at the individual tree *P.patula*, the model was adjusted Fang *et al.* (2000) simultaneously with their respective function Taper trade volume data and trading volume of a sample of 96 trees UMAFOR collected

in 2108 in the region Chignahuapan-Zcatlán, Puebla were processed. Prior to setting a database formed as a bi- varied structure (taper - volume commercial). For the purpose of comparison, using nonlinear least squares adjustment (NLS) and the technique of mixed effects model (MEM) was evaluated. It was determined that the quality adjustment was higher when the MEM technique compared with yielding NLS was used as a gain in efficiency was obtained by classifying the turning points , achieving a 3% reduction in the standard error for p1 and 28 % in. Points dendrometric change in stem form are similar to those of other species of conifer and broadleaf trees.

Key words: Mixed effects, dendrometric from, trade volume, product distribution.

3.3 INTRODUCCIÓN

Cao *et al.* (1980) señalan que un modelo de ahusamiento complejo como los de tipo segmentado proporciona una mejor descripción del perfil fustal que una de ahusamiento simple. El ajuste de este tipo de modelos se hace mediante mínimos cuadrados ordinarios (NLS, por sus siglas en inglés) o como un sistema de ecuaciones simultáneas (Cruz *et al.*, 2008). Si dos ecuaciones son compatibles, implica que están relacionadas y, por tanto, los componentes del error están correlacionados; en este caso, el ajuste por MCO producirá estimadores teóricos robustos, pero se ignoran los errores que suceden de manera simultánea a lo largo del fuste entre el ahusamiento y el volumen comercial, por lo que es importante recurrir a otras técnicas y estrategias de ajuste más modernas y potentes.

La teoría econométrica ofrece solución a ese problema a través del ajuste, de forma conjunta, del sistema compatible ahusamiento-volumen comercial con

ecuaciones aparentemente no correlacionadas o bien utilizando máxima verosimilitud con información completa (SUR y FIML, respectivamente por sus siglas en inglés), donde como resultado del ajuste simultáneo los estimadores de los parámetros son además de consistentes, eficientes, lo cual representa una ventaja comparativamente contra lo que ofrece NLS (Borders, 1989; Fang *et al.*, 2000; Cruz *et al.*, 2008).

Por otra parte, el ajuste como un sistema de ecuaciones simultáneas puede complementarse con la adición de efectos aleatorios bajo el enfoque de modelos de efectos mixtos (MEM). En los sistemas compatibles ahusamiento – volumen, el análisis a través de MEM permite no sólo un uso más eficiente de los datos al controlar la variación aleatoria individual y minimizar los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, también es posible utilizar estimaciones de los efectos aleatorios para tener predicciones más precisas (Fang y Bailey, 2001). Por lo tanto, el objetivo del presente trabajo fue generar para *P. patula* de la región de Chignahuapan-Zactlán, Puebla, un sistema de cubicación a nivel de árbol individual a partir de un modelo de ahusamiento de tipo segmentado ajustado en forma simultánea con su respectiva función de volumen comercial, probando y evaluando como técnicas de ajuste las que corresponden a mínimos cuadrados no lineales y a modelos de efectos mixtos. Esta especie contribuye con el mayor porcentaje del volumen maderable en la UMAFOR 2108 y hasta el presente aún no se cuenta con un sistema de cubicación local actualizado y moderno, que optimice el cálculo de la distribución de los productos del arbolado para el inventario forestal maderable, previo a su aprovechamiento e industrialización.

3.4 MATERIALES Y MÉTODOS

Para describir el perfil fustal de *P. patula* se consideró el modelo de ahusamiento de tipo segmentado de Fang *et al.* (2000) (detallado y seleccionado en el Capítulo II de este documento), por la compatibilidad que existe entre este modelo con su respectiva expresión de volumen comercial (V_m) (comparten los mismos

parámetros), se ajustó este sistema de ecuaciones en forma simultánea por NLS y MEM.

3.4.1 Tamaño de muestra y técnicas de ajuste probadas

Se trabajó con una muestra de datos de 96 árboles obtenida de la UMAFOR 2018 perteneciente a Chignahupan-Zacatlán Puebla. Para ello y con el propósito de comparación, se probaron dos técnicas de ajuste.

El ajuste simultáneo del sistema primeramente se realizó usando mínimos cuadrados no lineales (NLS) y para propósitos de comparación el mismo sistema posteriormente se ajustó mediante la técnica y enfoque de modelo de efectos mixtos (MEM). Para ese propósito se conformó una base de datos con las variables de interés como una estructura bi-variada que de acuerdo con (Hall y Clutter, 2004) permitió incluir efectos aleatorios, la estructura matemática del sistema compatible ahusamiento-volumen referido, fue expresado en la forma siguiente:

$$\begin{pmatrix} d_i \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(D_i, H_i, hb_i, HM_{ij}; p) \\ 0 \quad g(k, D_i, H_i, hb_i, HM_{ij}; p) \end{pmatrix} + e_i$$

Donde:

d_i es el vector de observaciones de ahusamiento en el i -ésimo árbol

V_i es el vector de observaciones de volumen comercial en el i -ésimo árbol

$f(.)$ función que define la estructura del modelo de ahusamiento

$g(.)$ función que define la estructura de la expresión de volumen comercial

p es el vector de parámetros a estimar del sistema

El efecto aleatorio quedó especificado y expresado como:

$$p = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_{2i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = a_2 + a_{2i}$$

Definiendo a a_2 como el parámetro con efectos mixtos y a_i el parámetro con efectos aleatorios.

Los efectos aleatorios del modelo quedaron definidos como:

$$e_i \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \text{ y } a_{2i} \sim N(0, \varphi^2)$$

De esta forma se tiene un solo parámetro con efectos mixtos de la forma $\beta_1 + b_{1i}$ y la estructura de e_i hasta este punto se asume homocedástica ($\sigma^2 \mathbf{I}$), pero puede flexibilizarse a nivel de componente (ahusamiento o volumen) para modelar tanto heterocedasticidad como autocorrelación por componente.

Ambos ajustes se efectuaron utilizando el programa estadístico R-studio versión 3.1.1 (<https://www.rstudio.com/>), para el MEM se utilizó el paquete NLME de R usando máxima verosimilitud con información completa.

En el ajuste simultáneo del sistema mediante MEM, primero se realizó la corrección por heterocedasticidad y posteriormente por autocorrelación, lo que permite realizar de manera sólida las pruebas de hipótesis sobre los parámetros, además de estimar intervalos de confianza más realistas (Zimmerman y Núñez, 2001).

La corrección por heterocedasticidad se efectuó modelando y ponderando la varianza de los errores usando la función exponencial (e), el factor de ponderación fue sobre HM sólo para el ahusamiento (d_i) y dejando constante el volumen comercial (V_i) la función quedó estructurada como $w(HM, d_i, V_i, \Phi) =$

$e^{\Phi(HM*(1-f)+f))}$, siendo Φ el parámetro a ser estimado y f una variable indicadora que toma el valor de 1 para el ahusamiento y 0 para el volumen comercial.

La corrección por autocorrelación se realizó modelando el término de error e_{ij} utilizando una estructura continua autoregresiva de primer orden (AR(1)) quedando expresada como $e_{ij} = \psi_1 p_1^{t_{ij}-t_{ij-1}} e_{ij-1} + \varepsilon_{ij}$, donde e_{ij} es el j -ésimo residuo ordinario en el i -ésimo árbol, $\psi_1 = 1$ para $j > k$ y es cero para $j=1$, p_1 es el parámetro autorregresivo de orden 1 a ser estimado y $t_{ij}-t_{ij-1}$ es la distancia que separa a las observaciones j y $j-1$ dentro de cada árbol. ε_{ij} es el término del error bajo las condición de independencia.

3.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 5 se presentan los valores de los parámetros y estadísticos del ajuste simultáneo del sistema de ahusamiento y volumen comercial al usar NLS. Diéguez *et al.* (2009) señalan que al estimar todos los parámetros del sistema de manera simultánea, se optimiza la suma de cuadrados de los errores, logrando así minimizar los errores de predicción tanto del diámetro a diferentes alturas como del volumen. Los resultados respecto a los puntos de inflexión (p_1 , p_2) son muy similares a los obtenidos por Diéguez *et al.* (2006) para *Pinus sylvestris* L. en el noreste de España, a los reportados por Fang *et al.* (2000) para árboles de *Pinus taeda* y *P. elliottii* establecidos en plantaciones en la costa atlántica de Estados Unidos, a los obtenidos por Hernández *et al.* (2013) para *Pinus patula* en el estado de Hidalgo, México., a los encontrados por Corral *et al.* (2009) para árboles de cinco especies de *Pinus* en bosques naturales de Durango, México.

Cuadro 5. Parámetros y estadísticos del sistema compatible ahusamiento y volumen comercial para *P. patula* al ajustarlo simultáneamente usando NLS.

Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Significancia
a_0	0.0000586	0.0000029	20.51	<.0001
a_1	1.7770000	0.0140200	126.72	<.0001
a_2	1.0820000	0.0218000	49.66	<.0001
B_1	0.0000059	0.0000001	53.53	<.0001
B_2	0.0000425	0.0000003	166.15	<.0001
B_3	0.0000282	0.0000005	55.3	<.0001
p_1	0.0619400	0.0012350	50.17	<.0001
p_2	0.8095000	0.0058450	138.49	<.0001

En el Cuadro 6 se muestran el resultado de la prueba de razón de verosimilitud que compara los diferentes ajustes probados. Se observa que el ajuste del sistema al usar MEM aún sin corregir por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-A) versus NLS la prueba resultó significativa ($p < .0001$), siendo de mejor calidad el ajuste al usar MEM, dados los menores valores en el criterio de información de Akaike (AIC) y en el criterio de información Bayesiano (BIC), así como el mayor valor en la verosimilitud (logLik).

Cuadro 6. Estadísticos del ajuste simultáneo del sistema y prueba de razón de verosimilitud al efectuarlo por NLS y por la técnica de MEM.

Modelo	gl*	AIC	BIC	logLik	Prueba	R. d e v.**	Valor de p
2 MEM-A	10	13494.48	13555.99	-6737.239			
1 NLS	9	14259.32	14314.68	-7120.66	1 vs 2	766.8423	<.0001
2 MEM-A	10	13494.479	13555.986	-6737.239			
3 MEM-B	11	8982.427	9050.085	-4480.213	2 vs 3	4514.052	<.0001
4 MEM-C	12	7006.202	7080.012	-3491.101	3 vs 4	1978.224	<.0001

*grados de libertad, **Razón de Verosimilitud

También en el Cuadro 6 se muestra que con base en los valores de los estadísticos AIC, BIC, logLik y prueba de razón de verosimilitud, el sistema identificado como MEM-C que corresponde al que se corrigió tanto por heterocedasticidad como por autocorrelación es estadísticamente superior comparado con el sistema en el que solo se corrigió la heterocedasticidad (MEM-B), y este a su vez resultó mejor que cuando no se realizó corrección alguna (MEM-A). Si bien Cruz *et al.* (2008) refieren que en ciertos casos el solo hecho de adicionar parámetros específicos permite un uso más eficiente de los datos y minimiza los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, sin tener que recurrir a la corrección explícita de estas condiciones; sin embargo, para su completa corrección y de acuerdo con Garber y Maguire (2003) es necesario recurrir al procedimiento antes referido.

En el Cuadro 7 se presentan los valores de los parámetros, la bondad del ajuste y los intervalos para los parámetros con efectos fijos resultado del ajuste del sistema MEM-C. Comparativamente con el método de ajuste usando NLS (Cuadro 5), se observa que se gana eficiencia al calificar los puntos de inflexión, siendo que se logra una reducción de 3 % en el error estándar para p_1 y de 28 % en p_2 . Aun cuando en el resto de los parámetros se reduce su eficiencia ya que sus errores estándar son mayores, esto no afecta a las pruebas de hipótesis, ni la escala de los parámetros estimados tanto para la forma del fuste como para el volumen.

Cuadro 7. Valores de los parámetros fijos y estadísticos de ajuste del sistema corregido por heterocedasticidad y autocorrelación (MEM-C).

Parámetro	Valor de los parámetros				Intervalo	
	Estimador	Error estándar	Valor de t	Significancia	Inferior	Superior
a_0	0.0001004	0.0000122	8.24875	<.0001	0.000077	0.000124
a_1	2.1671935	0.0463429	46.7643	<.0001	2.076435	2.257952
a_2	0.502659	0.0575660	8.73187	<.0001	0.389921	0.615397
B_1	0.0000068	0.0000001	54.97748	<.0001	0.000007	0.000007
B_2	0.0000421	0.0000002	239.0882	<.0001	0.000042	0.000042
B_3	0.0000282	0.0000004	63.37952	<.0001	0.000027	0.000029
p_1	0.0662268	0.0011984	55.26334	<.0001	0.063880	0.068574
p_2	0.8041136	0.0042479	189.298	<.0001	0.795795	0.812433

En la figura 5 se muestra el comportamiento gráfico de los residuales contra los predichos de los ajustes del sistema por NLS y MEM corregido que corresponden al ahusamiento, en donde se observa una mejor distribución que tiende a ser aleatoria alrededor de cero en el ajuste por MEM. En este sentido, Fang y Bailey (2001) señalan que bajo el enfoque MEM es posible mejorar las características de los parámetros al compensar por el efecto de variables tomadas en una misma unidad experimental, añaden que este enfoque considera la correlación contemporánea lo que ayuda a reducir considerablemente el error estándar de los parámetros del modelo y a que los valores por componente se relacionen.

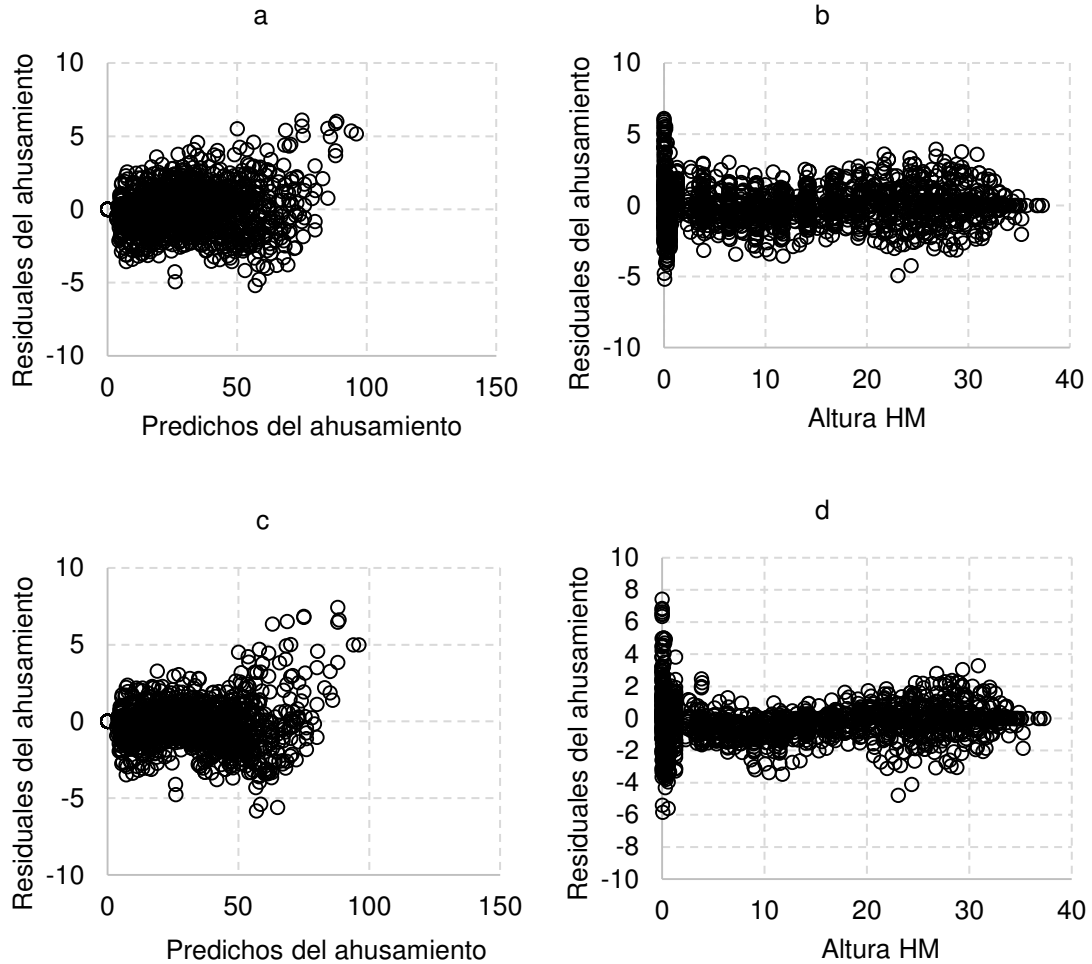


Figura 5. Comportamiento de residuales del ahusamiento contra predichos (a y c) y contra HM (b y d) al realizar el ajuste por NLS y por MEM respectivamente.

Con los valores que toman los parámetros aleatorios (a_2 , Φ , y p_1) a nivel de árbol que se presenta en el Cuadro 8, como lo indica Fang y Bailey (2001), al usar MEM es posible realizar predicciones de volumen comercial más exactas en árboles con valor económico sin que se modifique la estructura del modelo al incluir observaciones adicionales. Para ello, se estiman los efectos aleatorios específicos de los árboles de interés y se incorporan de manera directa en la predicción. Cruz *et al.* (2008) desarrollan el proceso para realizar tal estimación. Aparte de la información básica para el ajuste del sistema, es necesario contar con información adicional de inventario de los árboles de interés, como lo son

nuevas medidas de diámetros (del tocón y por arriba del diámetro normal con su correspondiente altura), además del diámetro normal y la altura total.

Cuadro 8. Parámetros aleatorios estimados del ajuste del modelo (MEM-C).

Estadístico	Estimado	Límite inferior	Límite superior
Desviación estándar de a_2	0.0391404	0.03262727	0.04695369
Error estándar dentro del grupo de a_2	1.992377	1.934104	2.052406
Función de ponderación de varianza (Φ)	-1.41133	-1.432111	-1.390549
Estructura de correlación de p_1	0.6955821	0.6742003	0.7157989

Junto con la expresión de ahusamiento del modelo de Fang *et al.* (2000), queda conformado el sistema de cubicación para árbol individual de *Pinus patula* como se muestra a continuación, en donde es posible estimar el volumen total o bien el volumen comercial a un diámetro o altura mínimo requerido, así como estimar el diámetro mínimo a una determinada altura comercial y viceversa.

$$Vc = c_1^2 H^{k/B_1} \left[B_1 r_0 + (I_1 + I_2)(B_2 - B_1)r_1 + I_2(B_3 - B_2)\alpha_1 r_2 - \beta(-q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$$

$$HM = H \left[1 - ((d^2 / (c_1^2 H^{k-B_1/B_1} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}))^{\beta/(k-\beta)}) \right]$$

$$V = a_0 D^{a_1} H^{a_2}$$

Cruz *et al.* (2008), menciona que esta condición permite distribuir de forma porcentual el volumen por productos y eliminar las discrepancias existentes en la cubicación del volumen total y comercial ajustados de manera separada.

Las características anteriores hacen ideal a la expresión para el procesamiento de inventarios forestales, ya que son flexibles en su aplicación y no presentan cruces ilógicos en las estimaciones conjuntas de volúmenes hasta diferentes diámetros límites de utilización comercial (Higuera, 1994).

3.6 CONCLUSIONES

El ajuste simultáneo del sistema ahusamiento - volumen comercial mediante la técnica de modelos de efectos mixtos fue estadísticamente mejor que al usar mínimos cuadrados no lineales, lo que otorga estimaciones más precisas y consistentes tanto de diámetros mínimos comerciales a diferentes alturas del fuste como del volumen comercial y total.

Dada la solidez estadística del modelo de cubicación seleccionado, constituye una herramienta fundamental para su aplicación en los inventarios forestales en la región de estudio.

3.7 BIBLIOGRAFÍA

- Borders, B. E. 1989. Systems of equations in forest stand modeling. *For. Sci.* 35: 548-556.
- Corral, R. J. J., U. Diéguez A., Corral R. S. and Castedo D. F. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *For. Ecol. Manage.* 238(1-3): 118-129.
- Cruz, C. F., De los Santos P. H. M. y Valdez L. J. R. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42: 473-485.
- Diéguez, A. U., Rojo A. A., Castedo D. F., Álvarez G. J. G., Barrio A. M., Campo F. C., González G. J. M., Pérez C. C., Rodríguez S. R., López S. C. A., Balboa M. M. Á., Gorgoso V. J. J. y Sánchez R. F. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España. 259 p.
- Diéguez, A. U., Castedo D. F., Álvarez G. J. G., y Rojo A. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Can. J. For. Res.* 36: 1190-1205.

- Fang, Z., Bailey R. L. and Shiver B. D. 2001. A Multivariate simultaneous prediction system for stand growth and yield with fixed and random effects. *For. Sci.* 47: 550-562.
- Fang, Z., Borders B. E., and Bailey R. L. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46: 1-12.
- Garber, S. M. and Maguire D. A. 2003. Modelling stem taper of three central Oregon species using mixed effects models and autoregressive error structures. *For. Ecol. Manage.* 179: 507-522.
- Hall, D. B. and Clutter J. L. 2004. Multivariate multilevel nonlinear mixed effects models for timber yield predictions. *Biometrics* 60(1): 16-24.
- Hernández, P. D., De los Santos P. H. M., Ángeles P. G., Valdez L. J. R., Haller V. y Hugo V. 2013. Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(16), 35-45.
- Higuera, C. 1994. Funciones de volumen y ahusamiento para Roble (*Nothofagus obliqua*) y Hualo (*Nothofagus alessandri*). Tesis de Ingeniería. For. Valdivia. Universidad Austral de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. 74 p.
- Tamarit, U. J. C., De los Santos P. H. M., Aldrete A., Lazalde, V. R. J., Maldonado R. H. y De la Cruz G. V. 2013. Sistema de cubicación para arboles individuales de *Tectona grandis* L. f. Mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*. 5 (21), 59-74
- Zimmerman, D. L. and Núñez A. V. 2001. Parametric modelling of growth curve data: an overview (with discussion). *Test* 10(1): 1-73.

CAPITULO IV

4. CONCLUSIONES GENERALES

4.1 Modelación del perfil fustal para árboles de *Pinus patula* usando funciones de ahusamiento de tipo segmentado

De seis modelos de ahusamiento de tipo segmentado que se probaron y evaluaron estadísticamente para describir el perfil fustal de árboles de *P. patula* de la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla, se seleccionó como el mejor al de Fang *et al.* (2000), mismo que tiene como ventaja adicional el hecho de que tiene en forma explícita una ecuación de volumen total que corresponde al modelo de Schumacher-Hall. Este modelo indica que los fustes de esta especie se componen de tres cuerpos dendrométricos (neiloide, parabolide y cono

4.2 Sistema de cubicación para árboles individuales de *Pinus patula* schl. et cham. de la región Chignahuapan – Zacatlán, Puebla a partir de un modelo de ahusamiento

El ajuste simultáneo del sistema compatible ahusamiento - volumen comercial mediante la técnica de modelos de efectos mixtos fue de calidad superior comparado con el método de mínimos cuadrados ordinarios, el sistema de cubicación generado con el modelo de ahusamiento seleccionado permite realizar estimaciones precisas y consistentes tanto de diámetros mínimos comerciales a diferentes alturas del fuste como del volumen comercial y total. En promedio, los fustes de árboles de *P. patula* pasan de neiloide a parabolide al 6% de su altura total y adoptan la forma de cono por arriba del 80 % de la misma, los resultados conducen a aceptar la hipótesis nula planteada.